Пловдивски университет "Паисий Хилендарски"
конкурсен изпит по математика – 4 юни 2011
Тема 3

<u>Част I.</u> ***Отбележете с X буквата на единствения верен отговор на задачи 1-12. Поправка се допуска само чрез ✘. За всеки верен отговор: 1 т.; иначе: 0 т.***

1. Лицето на триъгълник със страни AC=4, BC=5 **и ъглополовяща** $CL=\frac{10}{3}$ **е**:

А) $\frac{15\sqrt{7}}{2}$ **Б)** друг отговор **В)** $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ **Г)** $\frac{15\sqrt{14}}{2}$

2. Ако x_1 **и** x_2 **са корени на квадратното уравнение** $3x^2+x-6=0$**, стойността на израза** $x_1^2+x_2^2-\frac{1}{9}$ **е**:

А) -4 **Б)** 4 **В)** $11\frac{1}{9}$ **Г)** 0

3. Стойността на израза $\frac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$ **е**:

А) $-\sqrt{3}$ **Б)** -1 **В)** $-\frac{1}{2}$ **Г)** 1

4. Ако $f(x)=\sin x+\cos x$**, стойността на израза** $f(\frac{\pi}{3})-f'(\frac{\pi}{3})$ **е:**

А) 0 **Б)** $\sqrt{3}$ **В)** $-\sqrt{3}$ **Г)** $\sqrt{2}$

5. Големият диагонал на ромб със страна $\sqrt{5}$ **и лице** 4 **е:**

А) 4 **Б)** 2 **В)** $\sqrt{6}$ **Г)** 6

6. Границата $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{1-x^2}$ **е**:

А) -1 **Б)** $-\infty$ **В)** $-\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{1}{2}$

7. Ако радиусът на описаната около $\triangle ABC$ **окръжност** $R=\sqrt{3}$**,** $\measuredangle A=45°$ **и** $\cos(\measuredangle B)=\frac{1}{\sqrt{3}}$**, дължината на страната** AB **е:**

А) $\sqrt{6}$ **Б)** $2\sqrt{2}$ **В)** $\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ **Г)** $2+\sqrt{2}$

8. Сумата S_3 **на първите три члена на аритметична прогресия, за която** $a_2=-1$ **е**:

А) 2 **Б)** -3 **В)** не може да се каже **Г)** -2

9. Ако $\sin\alpha+\cos\alpha=5/4$**, стойността на** $\sin 2\alpha$ **е:**

А) $\frac{1}{4}$ **Б)** $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ **В)** не може да се каже **Г)** $\frac{9}{16}$

math-bg.com

10. Решението на уравнението $\frac{1}{x+5}-\frac{6x+18}{(x+5)(x-7)}=1$ **е:**

А) $x=2$ **Б)** $x=2;-5$ **В)** $x=2;-5;7$ **Г)** друг отговор

11. Триъгълник със страни $AC=8$**,** $BC=7$ **и** $\cos(\measuredangle ABC)=1/7$ **има периметър:**

А) $6\sqrt{3}$ Б) $15+\sqrt{97}$ **В)** $3\sqrt{6}$ **Г)** 20

12. Решението на неравенството $\log_2(x-1)^2 \le 2\log_4(2x+4)-\log_{\frac{1}{2}}(x+3)$ **е:**

А) $[-1,\infty)$ **Б)** $[-1,1)\cup(1,\infty)$ **В)** $(-\infty,-11]\cup[-1,1)\cup(1,\infty)$ **Г)** $(-\infty,-11]\cup[-1,\infty)$

<u>Част II.</u> ***Отговорите на задачи 13-17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен отговор по 2 точки, иначе 0 точки.***

13. Да се реши системата $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5\\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=13\end{cases}$. $\boxed{}$

14. Височината дели хипотенузата на правоъгълен триъгълник с лице $\sqrt{3}/2$ **в отношение 1:3. Намерете радиуса на описаната окръжност.** $\boxed{}$

15. Да се реши $\cos 2\alpha+8\sin^2\frac{\alpha}{2}=1$ **в интервала** $[\pi,2\pi]$. $\boxed{}$

16. Намерете разликата между най-голямата и най-малка стойност на функцията $f(x)=2x^3-3x^2+kx+13$ **в интервала** $[0,3]$**, ако** $f(1)=0$**.** $\boxed{}$

17. Да се реши уравнението $3^{x-1}+\frac{9^x}{2}=\frac{1}{6}$. $\boxed{}$

<u>Част III.</u> ***Разпишете на отделен лист подробно и обосновано решенията на задачи 18, 19 и 20. Максималният брой точки за всяка от задачите е 6.***

18. Околните стени на триъгълна пирамида сключват равни ъгли с основата, която е равнобедрен правоъгълен триъгълник. Да се намери радиуса на вписаната в основата окръжност, ако обемът на пирамидата е $9+6\sqrt{2}$**, а околната ѝ повърхнина се отнася към пълната както** 2:3**.**

19. Намерете стойностите на реалния параметър m**, при които неравенството** $\frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1}<m$ **е изпълнено за всяко реално** x**.**

20. В равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB>CD$) **е вписана окръжност. Диагоналът и средната отсечка имат дължини съответно равни на** $\sqrt{41}$ **и** 5**. Намерете лицето на трапеца и косинуса на** $\measuredangle ACB$**.**

Пожелаваме Ви ползотворна работа и успешно представяне!

math-bg.com