

Отговори и кратки решения

Първа част:

1зад.	2зад.	3зад.	4зад.	5зад.	бзад.	7зад.	8зад.	9зад.	10зад.	11зад.	12зад.
г 7	в	б	б	б	б	г 6,25	а	б	а	г 58	б

Втора част:

13зад. $a_2 = 9$

14зад. $x \in (3; +\infty)$

Трета част:

15зад. За изразяване на $D=a^2-8a \geq 0$ и намиране $a \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$

2 точки

За изразяване на $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 5a + 8$

2 точки

За решаване на $a^2 - 7a - 6 < 0$ и намиране $a \in \left(\frac{7-\sqrt{73}}{2}; \frac{7+\sqrt{73}}{2}\right)$

3 точки

За намиране $a = 0$

3 точки

16зад. За изразяване $\frac{ar}{2} = 28; \frac{br}{2} = 60; \frac{cr}{2} = 80$

2 точки

За намиране чрез почленно деление на горните равенства $a:b:c = 7:15:20$

3 точки

За означаване $a = 7x; b = 15x; c = 20x$

2 точки

За намиране след заместване в Хероновата формула за лице на Δ на $x = 2$

2 точки

За намерени страни $a = 14; b = 30; c = 40$

1 точка

17зад. Означаваме $BC=a; AM=MN=NB=x; CN=y; CM=y\sqrt{2}; \angle BAC=\alpha; \angle ABC=\beta$

За $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{a}{3x}$

2 точки

За прилагане на косинусова теорема за ΔCNB и ΔCMB и получаване на системата

3 точки

$$y^2 = a^2 + x^2 - 2ax \cos \beta$$

$$2y^2 = a^2 + 4x^2 - 4ax \cos \beta$$

След умножаване на първото уравнение с -2 , събиране и преобразуване, намираме $\frac{a}{x} = \sqrt{2}$ **4 точки**

За намиране $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

1 точка

II начин:

От формулата за медианите получаваме (при същите означения):

За $\Delta ANC \Rightarrow 2y^2 = \frac{1}{4}(2y^2 + 2b^2 - 4x^2)$

За $\Delta MBC \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2(y\sqrt{2})^2 - 4x^2)$

След преобразуване се получава системата

$$\begin{cases} 3y^2 + 2x^2 = 2b^2 \\ 2x^2 = a^2 \end{cases}$$

От $\frac{a}{3x} = \sin \alpha \Rightarrow a = 3x \cdot \sin \alpha$. След заместване във второто уравнение на системата се получава

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$