НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ

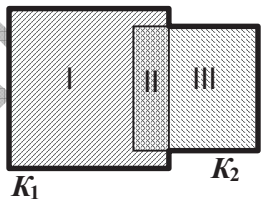
ЛОВЕЧ – 2011

ТЕМА ЗА ДЕВЕТИ КЛАС

1. Съставете квадратно уравнение, единият корен на което е равен на сбора, а другият – на произведението на корените на уравнението $2x^2 - 7x + 4 = 0$.

2. Ако $a = \frac{1}{a} + b$ и $b = \frac{7}{b} + a$, колко е стойността на израза $|a - b|$?

3. На чертежа, общата част на квадратите $\boldsymbol{K_1}$ и $\boldsymbol{K_2}$ е правоъгълник с лице 3 cm^2. Нека S_I, S_{II} и S_{III} са лицата на фигурите означени с I, II и III. Ако $S_I : S_{II} : S_{III} = 8:1:3$, намерете периметъра на фигурата, образувана от квадратите $\boldsymbol{K_1}$ и $\boldsymbol{K_2}$.



4. Намерете целите стойности на x , които са решения на уравнението

$$\left(\frac{21}{x} - 2\right)^2 - 2\left(\frac{21}{x} - 2\right) = x + 42 .$$

5. В $\triangle ABC$ точките J и I са съответно център на вписаната окръжност и център на външно вписаната към страната AB окръжност. Отсечката JI пресича описаната около $\triangle ABC$ окръжност в точка M. Намерете отношението $JM : MI$.

6. Нека уравнението $x^2 + ax + b = 0$ има два различни реални корена x_1 и x_2 .

а) Докажете тъждеството

$$(x^2 - x_1x + x_1 - 1)(x^2 - x_2x + x_2 - 1) = x^4 + ax^3 + (b - a - 2)x^2 - (a + 2b)x + a + b + 1 .$$

б) Намерете броя на различните реални корени на уравнението

$$x^4 + ax^3 + (b - a - 2)x^2 - (a + 2b)x + a + b + 1 = 0 .$$

Време за работа 3 ча́са.
Журито ви пожелава успешна работа!

В листа с отговори напишете <u>САМО ОТГОВОРА на първите три задачи</u>. Всеки правилен отговор се оценява с 2 точки.
На следващите <u>три задачи напишете ПОДРОБНО РЕШЕНИЕ</u>. Правилно и пълно решение на всяка задача се оценява с 8 точки.

math-bg.com