НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И
ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ

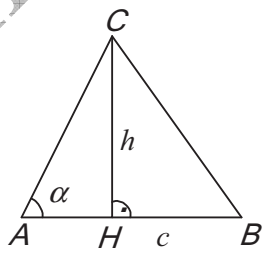
ЛОВЕЧ – 2011

ТЕМА ЗА ДЕСЕТИ КЛАС

1. Колко е стойността на израза $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{5}{4}}.\left(3^{-\frac{3}{4}}\right)^{2}.\frac{100^{1,3}.10^{-\frac{4}{15}}}{0,01^{\frac{1}{3}}}$?

2. За коя стойност на a най-малката стойност на израза $\frac{1}{a+4x-x^2}$ е равна на $\frac{1}{3}$?

3. Остроъгълният ΔABC с лице 4 има страна $AB=c$ и височина към нея, $CH=h$. Ако $tg\alpha=2$, а h и c са корените на квадратното уравнение $x^2-6x+s=0$, намерете дължината на AC.



4. Намерете реалните стойности на параметъра a, за които сборът на реалните корени на уравнението $x^2+2\left(a^2+4a\right)x+8a^3+18a^2+63=0$ приема най-голяма стойност.

5. Намерете периметъра на остроъгълен равнобедрен ΔABC, за който $AC=8$ и $\cos\sphericalangle BAC=\frac{3}{4}$.

6. Нека n и k са естествени числа. Двама играчи играят следната игра: на всеки ход s ($s\le k$) първият играч записва естествено число a_s, $a_s\le n$, а след това вторият играч записва естествено число b_s, $b_s\le n$. Играта се печели от първият играч, ако сумата $a_1+a_2+...+a_k+b_1+b_2+...+b_k$ не е точен квадрат, а в противен случай печели вторият.
а) Докажете, че при $n=10$ и $k=11$ вторият играч има печеливша стратегия.
б) За фиксирано n, кой от двамата играчи има печеливша стратегия при $k=n+2$?

Време за работа 3 чáса.
Журито ви пожелава успешна работа!

В листа с отговори напишете <u>САМО ОТГОВОРА на първите три задачи</u>. Всеки правилен отговор се оценява с 2 точки.
На следващите <u>три задачи напишете ПОДРОБНО РЕШЕНИЕ</u>. Правилно и пълно решение на всяка задача се оценява с 8 точки.

math-bg.com