

IX клас

Зад.1 а) Да се реши уравнението: $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} - x^2 + 4x = 6$

3 точки

б) Да се реши системата $\begin{cases} \sqrt{2x^2 - y - 6} = -y \\ x^2 + 2y = 1 \end{cases}$.

4 точки

Зад.2 Да се опрости израза $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|}$

7 точки

Зад.3 Даден е равностранен ΔABC . През произволна точка M от страната AC е построена права $g \perp AB$. Права t минава през точка C и е перпендикулярна на BC . Правите g и t се пресичат в точка K . Да се намерят ъглите на ΔBKS , където S е среда на AM .

7 точки

Зад.1 а) Полагаме $x^2 - 4x = y \Rightarrow$ уравнението добива вида $\frac{21}{y+10} - y = 6, y \neq -10$ (**1 точка**).

За получаване на еквивалентното му уравнение $y^2 + 16y + 39 = 0$ и намиране на корените му $y_{1,2} = -13; -3$, които са решения на дробното уравнение спрямо y (**1 точка**)

\Rightarrow уравненията $x^2 - 4x + 13 = 0$, което н.р.к. и $x^2 - 4x + 3 = 0$ с корени $x_{1,2} = 3; 1$ (**1 точка**).

б) $\begin{cases} \sqrt{2x^2 - y - 6} = -y \\ x^2 + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - y - 6 = y^2 & \text{при } y \leq 0 \\ x^2 = 1 - 2y \end{cases}$ (**2 точки**) Заместваме x^2 в първото уравнение

и получаваме уравнението: $y^2 + 5y + 4 = 0$ с корени **-4** и **-1**, от които само $y = -4$ е корен за ирационалното уравнение (**1 точка**)

За намиране стойностите на $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ и решенията на системата $(\pm 3; -4)$ (**1 точка**)

Зад.2 За разлагането на квадратния тричлен $m^2 - m - 6 = (m-3)(m+2)$ (**0,5 точка**) и определяне на DM : $m \neq 0; m \neq -2; m \neq 3$ (**0,5 точка**)

1 сл. При $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \Rightarrow A = \frac{-m(m-3)}{-(m-3)(m+2)m} = \frac{1}{m+2}$ (**2 точки**)

2 сл. При $m \in (0; 3) \Rightarrow A = \frac{-m(m-3)}{(m-3)(m+2)m} = -\frac{1}{m+2}$ (**2 точки**)

3 сл. При $m \in (3; +\infty) \Rightarrow A = \frac{-m(m-3)}{-(m-3)(m+2)m} = \frac{1}{m+2}$ (**2 точки**)

3 зад. От условието, че $\angle BCK = \angle BDK = 90^\circ \Rightarrow$ че около четириъгълник $BCKD$ може да се опише окръжност с $d = BK$ и нека това е окръжност $- k_1$ (**2 точки**). DS – медиана в правоъгълен $\triangle ADM \Rightarrow DS = \frac{1}{2} AM = AS$. И от

$\angle SAD = 60^\circ \Rightarrow \triangle ADS$ равностранен (**2 точки**). От $\angle ADS = \angle SCB = 60^\circ \Rightarrow$ че около четириъгълник $DBCS$ също може да се опише окръжност $- k_2$. (**1 точка**). Но точките B, D и C принадлежат и на двете окръжности $\Rightarrow k_1 \equiv k_2$ (**1 точка**). Следователно ъглите на $\triangle BKS$ са $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (**1 точка**).

