

Х КЛАС
КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

1 зад. За решаване на подточка а) 2 точки

$$f(x) = x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 - 11$$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow D > 0 \Rightarrow (m-1)^2 - (3m^2 - 11) > 0 \Rightarrow$$

$$m^2 + m - 6 < 0 \quad m \in (-3; 2)$$

За решаване на подточка б) 2 точки

$$m = ? \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 16 \quad (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 16$$

От формулите на Виет \Rightarrow

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1 x_2 = 3m^2 - 11 \end{cases} \quad \begin{aligned} (2 - 2m)^2 - 2(3m^2 - 11) &= 16 \\ m_1 = 1 \in \text{ДМ} &\quad m_2 = -5 \notin \text{ДМ} \end{aligned}$$

За решаване на подточка в) общо 3 точки

$$\text{Графиката е парабола. } x = 2 = -\frac{b}{2a} \quad y_{\min}(2) = ?$$

Заместваме и $\Rightarrow m = -1$ 1 точка

$$y_{\min}(2) = ?$$

$$y(2) = 4 + 4(m-1) + 3m^2 - 11 \quad \text{но } m = -1 \Rightarrow$$

$$y(2) = 4 - 8 - 8 = -12 \quad y_{\min}(2) = -12$$

2 зад.

За полагане $2^m = x$ и свеждане до квадратно уравнение $x^2 - 10x + 16 = 0$ 2 точки

За намиране корените на уравнението и стойността на $m = 3$ 1 точка

За решаване на неравенството $\sqrt{2x^2 - 7x + 3} \leq 3 - x$ общо 4 точки

За извършване на преобразованията по 1 точка, за получаване на решението 2 точки

$$\left| \begin{array}{l} x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [3; +\infty) \\ x \leq 3 \\ x \in [-2; 3] \end{array} \right. \Rightarrow x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right] \cup [3] \quad \text{2 точки}$$

3 зад. При $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{n}{4} = 1$ 1 точки

Получаваме $1 + (n-4)2^{n-3} = 0$ 1 точка

Ако $n \geq 4$, това равенство не е изпълнено, понеже $1 + (n-4)2^{n-3} > 0$ 1 точка

Ако $n \leq 3$, проверката показва, че то е изпълнено само при $n = 2$; $n = 3$ 1 точка

при $n = 2 \Rightarrow \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1$, за всяко x 1 точка

$$n = 3 \Rightarrow \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

Сл. търсеният ест. числа са $n = 2$ и $n = 3$ 1 точка