

РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

LVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА ОБЛАСТЕН КРЪГ - 19 април 2008 г.

ТЕМА за 7 клас

Задача 1. Дадено е уравнението

$$2(x-a)(x+a) = \frac{5}{4}(x-a)^2 + 0.75(x+a)^2$$

в което a е параметър.

- а) Да се реши уравнението при a = 502.
- б) Да се намерят всички стойности на параметъра a, за които числото 2008 е решение на уравнението.

Задача 2. Даден е триъгълникът ABC, в който $\angle ACB = 2\angle BAC$ и ъглополовящите на $\angle BAC$ и $\angle ACB$ се пресичат в точката O.

- а) Да се докаже, че $AO > \frac{1}{2}AC$.
- б) Да се намерят ъглите на триъгълника ABC, ако AO = BC.

Задача 3. Да се намерят всички естествени числа n > 1, за които съществува естествено число, завършващо на 2008, което е точна n -та степен на естествено число.

Всяка задача се оценява със 7 точки. Време за работа 4 часа. Пожелаваме Ви успех!