МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
56-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 14 април 2007

ТЕМА ЗА ШЕСТИ КЛАС

Задача 1. На първия кръг на олимпиадата по математика взели участие всички ученици от шестите класове на едно училище. Броят на учениците, решили и трите предложени задачи, броят на тези, които са решили точно две задачи и броят на тези, които са решили само една задача, се отнасят както 6 : 4 : 3. Само един ученик не решил нито една задача.

До втория кръг били допуснати учениците, решили поне две от задачите. На втория кръг решилите съответно 1, 2 и 3 от предложените три задачи се отнасят както 2 : 4 : 1 и всеки е решил поне една задача.

Колко ученика са решили и трите задачи на втория кръг, ако шестокласниците в това училище не са по-малко от 93 и не са повече от 184?

Задача 2. В правоъгълна координатна система Oxy са разположени точките $A(0;-1)$, $B(6;5)$, $C(0;5)$, $D(0;3)$ и $F(3;2)$. Правата BD пресича оста Ox в точка E.

а) Да се намери отношението на лицата на $\triangle BCE$ и $\triangle ABE$.

б) Да се намери лицето на $\triangle ACF$ и да се докаже, че точката F е среда на отсечката AB.

Задача 3. На черната дъска са написани 2007 цели числа със сбор 0. Разрешено е да се изтрият произволни 5 числа от тях и на техните места да се запишат съответно: или техните противоположни числа или числата, които са с 1 по-малки от изтритите.

Възможно ли е след няколкократно прилагане на тези две операции:

а) на мястото на кое да е число от дадените да бъде записано числото 0?

б) на дъската да са написани 2007 нули?