



## НАЦИОНАЛНА ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ

”АКАД. ЛЮБОМИР ЧАКАЛОВ“

Лицей към СУ ”Св. Климент Охридски“

София 1164, ул. Бигла 52, тел. 862 83 63, 862 29 66

e-mail: npmg@nmpg.org, npmg\_sofia@abv.bg, skype: npmg\_sofia

<http://www.nmpg.org>, <http://mathnmpg.blogspot.com>

### Конкурсен изпит по математика за НПМГ „Акад. Л. Чакалов“

За профил математика – 7 юли 2006 година

**Задача 1.** Дадени са изразите

$$A = x^2 - 4x - 5 \text{ и } B = \frac{810^{502}}{(-100)^{251} \cdot 3^{2006}}$$

- а) Докажете, че  $A \geq B$  за всяко  $x$ .
- б) Разложете  $A$  на множители.
- в) Намерете стойностите на  $x$ , за които  $|A| < |35 - 7x|$ .

**Задача 2.** В един камион има 1000 литра минерална вода в три вида бутилки: по 5, по 7 и по 10 литра.

- а) Покажете, че бутилките могат да се разпределят в два магазина така, че всеки магазин да получи по 500 литра вода.
- б) По колко бутилки има от всеки вид, ако общият им брой е 121, а броят на бутилките от 10 литра е найголямото двуцифрен число, което дели числото 2006.

**Задача 3.** Даден е четириъгълникът ABCD. Диагоналите AC и BD се пресичат в точка T, а продълженията на страните AB и BD – в точка S.

- а) Докажете, че ако  $\angle BAD = \angle CDA = 60^\circ$  и  $\angle DAC = \angle BDC$ , то  $\angle ATB = 60^\circ$ ,  $AC = BD$  и  $AB + CD = AD$ .
- б) Докажете, че ако N и M ( $N \neq M$ ) са средите съответно на AD и ST и  $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ ,

то  $NM \perp BC$ .

Време за работа 4 астрономически часа.