



НАЦИОНАЛНА ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ

”АКАД. ЛЮБОМИР ЧАКАЛОВ“

Лицей към СУ ”Св. Климент Охридски“

София 1164, ул. Бигла 52, тел. 862 83 63, 862 29 66

e-mail: nprmg@nprmg.org, nprmg_sofia@abv.bg, skype: nprmg_sofia

http://www.nprmg.org, http://mathnprmg.blogspot.com

Конкурсен изпит по математика за НПМГ „Акад. Л. Чакалов“

За профил математика – 7 юли 2005 година

Задача 1. Даден е изразът $A = x^2(a - 2) - 2x(a + 1)(a - 2) - 4a(2 - a)$.

- а) Да се представи А като произведение на три множителя.
- б) За кои стойности на параметъра а уравнението

$$x^2(a - 2) - 2x(a + 1)(a - 2) - 4a(2 - a) = 0$$

има два различни корена?

- в) Да се докаже, че ако $a = 3$ и $x > 6$, то $A > 0$.
- г) За кои стойности на х е изпълнено неравенството $|A| > (x - 2)^2$, ако $a = x$?

Задача 2. Между НПМГ и жк „Дружба“ е организирано движение с маршрутни таксита. Всяко от такситата изминава целия маршрут от НПМГ до жк „Дружба“ и обратно до НПМГ за 40 минути. В началната спирка при НПМГ никога не стои повече от едно такси.

- а) Колко коли обслужват линията и колко минути е престоят в началната спирка, ако колите се движат през интервали от 7 минути?
- б) Колко коли обслужват линията и колко минути е престоят в началната спирка, ако колите се движат през интервали от 7,5 минути?

Задача 3. За триъгълника ABC е известно, че $AB = BC$ и че ъглополовящата CL от върха C, височината AH от върха A и симетралата на страната AC се пресичат в точката O.

- а) Да се докаже, $\triangle ABC$ е равностранен. Точките T и K са избрани съответно върху страните AB и AC така, че $BT = AK$.
- б) Да се докаже, че ако N е пресечната точка на CT и BK, то $CT = BK$ и $\angle BNT = 60^\circ$.
- в) Да се докаже, че ако точката M е средата на отсечката KT, то $CT = 2AM$.

Време за работа 4 астрономически часа.