



НАЦИОНАЛНА ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ

”АКАД. ЛЮБОМИР ЧАКАЛОВ“

Лицей към СУ ”Св. Климент Охридски“

София 1164, ул. Бигла 52, тел. 862 83 63, 862 29 66

e-mail: nprmg@nprmg.org, nprmg_sofia@abv.bg, skype: nprmg_sofia

<http://www.nprmg.org>, <http://mathnprmg.blogspot.com>

Конкурсен изпит по математика за НПМГ „Акад. Л. Чакалов“

За профил математика – 7 юли 2004 година

Задача 1. Дадено е уравнението

$$(1+a)^3 - a^2(3+9x+a) + x = 0,$$

където a е параметър, а x е неизвестно.

а) Решете уравнението.

б) За кои стойности на параметъра a даденото уравнение има поне един положителен корен?

в) Има ли даденото уравнение решение при

$$a = -\frac{4(-2004^4)^5}{12^{21} \cdot 167^{20}} ?$$

Задача 2. Жоро не записал номера на мобилен телефон на приятелката си и забравил последните шест цифри. Той си спомнил, че те образуват шестцифрене число x с различни цифри, последните три от които образуват трицифрене число y , чийто квадрат е равен на x . Обяснете как Жоро е възстановил телефонния номер на приятелката си.

Задача 3. Даден е триъгълник ABC с ъглополовяща BL ($L \in AC$). Върху отсечката BL е построена точка M така, че $AM = AC$ и $\angle MCB = 30^\circ$. Ако H е средата на отсечката CM , да се докаже, че:

а) разстоянието от точката M до правата BC е два пъти помалко от дължината на отсечката CM ;

б) лъчите AM и AH разделят $\angle CAB$ на три равни части;

в) $\angle AMB = 150^\circ$;

г) $AB > BC$.

Време за работа 4 астрономически часа.