

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Деветнадесети турнир **Черноризец Храбър**
1. ноември 2010 г.

Инструкция (9–10 клас)

1. Време за работа 90 минути.
2. Не се разрешава използване на калкулатори и друга изчислителна техника.
3. Към всяка задача са дадени 5 възможни отговора: А), Б), В), Г), Д). От тях точно един е верен.
4. В бланката срещу номера на всяка задача напишете верния според вас отговор, като използвате една от буквите: А, Б, В, Г, Д.
5. Пишете ясно и четливо с ГЛАВНИ ПЕЧАТНИ букви. Двусмислено попълнен или неясен отговор могат да се считат за грешен отговор. Ако не можете да намерите отговор, може да не попълвате отговор, т.е да оставите полето срещу номера на задачата празно.
6. Чертежите обикновено не са точни, а само изобразяват описаната в условието конфигурация.

Дават се следните точки:

- За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 10 включително – по 5 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 11 до 20 включително – по 7 точки.
- За верен отговор на всяка задача с номер от 21 до 30 включително – по 9 точки.
- За непопълнен отговор на задача – по 3 точки.
- За грешен отговор – 0 точки.

Задачите са предложени от Борислав Лазаров, Боянка Савова, Ивайло Кортезов и Йордан Табов.

Темата е съставена от Борислав Лазаров.

Деветнадесети турнир „Черноризец Храбър“

Състезателна тема за 9–10 клас

1. $2^{0^0} =$

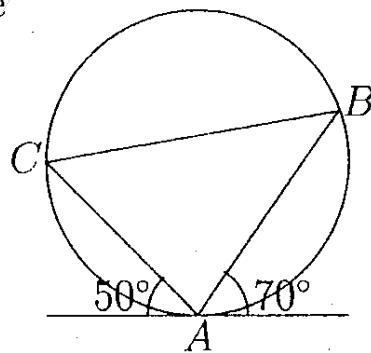
- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 2010 Д) никое от тези

2. Намерете корените на уравнението
три върху хикс равно на хикс минус две.

- А) хикс едно равно на едно, хикс две равно на минус три
Б) хикс едно равно на минус едно, хикс две равно на три
В) хикс едно равно на едно, хикс две равно на три
Г) хикс едно равно на минус едно, хикс две равно на минус
три
Д) уравнението няма корени

3. По данните от чертежа определете
ъглите на $\triangle ABC$.

- А) $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$
Б) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$
В) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 50^\circ$
Г) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$
Д) никое от тези



4. На колко е равна разликата между най-голямото и най-
малкото четирицифрени числа, в записа на което участва
всяка от цифрите 2, 1 и 0, като 0 участва два пъти (но нито
веднъж на първо място)?

- А) деветдесет и осем Б) сто и осем В) хиляда и осем
Г) две хиляди сто деветдесет и осем Д) никое от тези

5. В един киносалон има 396 стола. Броят на столовете на
всеки ред е един и същ и е с 4 по-малък от броя на редовете.
По колко стола има на един ред?

- А) 14 Б) 16 В) 18 Г) 20 Д) 22

6. В книжарница книгите се продават с отстъпка от 10% спрямо коричната им цена. По време на разпродажба тази цена се намалява с 30%. Колко процента е отстъпката спрямо коричната цена на книгата по време на разпродажба?

- А) 37 Б) 38 В) 39 Г) 40 Д) 41

7. Иван се връщал от училище със скорост 1 м/сек. Когато се намирал на 380 метра от дома си, кучето му се затичало от дома му към него със скорост 3 м/сек. На колко метра от дома Иван ще срещне кучето си?

- А) 255 Б) 265 В) 275 Г) 285 Д) 295

8. Колко градуса е ъгълът между стрелките на часовника в 13 ч 36 мин?

- А) 162 Б) 168 В) 174 Г) 176 Д) 178

9. Произведенietо на годините на Еми и Ива сега е 120, а дододина ще е 144. На колко е равен сборът от годините им?

- А) 22 Б) 23 В) 24 Г) 25 Д) 26

10. Даден е триъгълник със страни 3, 4 и 5. Кое от числата

- А) $\sqrt{5}$ Б) π В) $\sqrt{10}$ Г) $\frac{256}{129}$ Д) $\sqrt{3}$

е най-близо до дълчината на диаметъра на окръжността, която минава през средите на страните на триъгълника?

11. Кой е коренът на уравнението
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + x}}}} = 1?$$

- А) 2 Б) -2 В) 3 Г) -3 Д) уравнението няма корен

12. В кой квадрант лежи пресечната точка на правите с уравнения $y = \pi x + \sqrt{2}$ и $y = \sqrt{2}x - \pi$?

- А) I Б) II В) III Г) IV Д) правите са успоредни

13. Имам 9 пръчки, чиито дължини са естествени числа. Никои три от тях не могат да образуват триъгълник. Определете най-малката възможна дължина на най-дългата пръчка.

- А) 33 Б) 34 В) 35 Г) 36 Д) 37

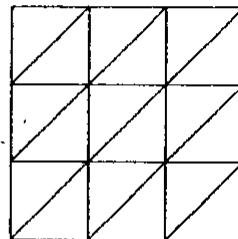
14. Равнината е разбита на 16 части от прости в общо положение (всеки две се пресичат и никои три не минават през една точка). Колко са правите?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) 8

15. Най-много колко от върховете на дванадесетоъгълник (не непременно изпъкнал) могат да лежат на една права?

- А) не повече от 5 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 9

16. По колко различни маршрута, съставени от не повече от 4 отсечки (независимо дали са хоризонтални, вертикални или диагонални), може да се стигне от левия долен до десния горен ъгъл на схемата?



- А) повече от 20 Б) от 15 до 19 В) от 12 до 15
Г) от 8 до 11 Д) от 1 до 7

17. Разглеждаме уравненията $x^2 + px + q = 0$, чиито кофициенти са естествени числа, ненадвишаващи 2010. Колко от тях имат двоен корен (два равни корена)?

- А) повече от 50 Б) между 40 и 50 В) между 30 и 40
Г) между 20 и 30 Д) по-малко от 20

18. Трапец с основи 4 и 9 се разделя от единия си диагонал на два подобни триъгълника. На колко е равна дължината на този диагонал?

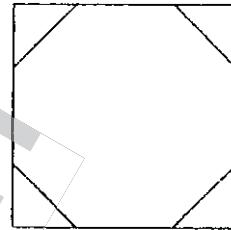
- А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8
Д) не може да се определи еднозначно

19. Намерете сума от цифрите на квадратен корен от $4444444444 - 88888$.

- А) ∞ (понеже този корен не е рационално число)
Б) 15 В) 20 Г) 25 Д) 30

20. В квадрат със страна 2 е вписан правилен осмоъгълник. На колко е равна страната на осмоъгълника?

- А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Б) $2\sqrt{2} - 2$ В) $2 - \sqrt{2}$ Г) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
Д) никое от тези



21. За всеки ъгъл $\alpha \in (0; 180^\circ)$ определяме $\text{chord } \alpha$ като дължината на основата на равнобедрен триъгълник с бедра 1 и ъгъл α между бедрата. На колко е равно $\text{chord}(180^\circ - \alpha)$, ако $\text{chord}\alpha = 1, 2$?

- А) 1,4 Б) 1,5 В) 1,6 Г) 1,8 Д) никое от тези

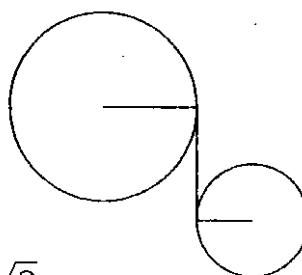
22. Да си мислим, че винаги когато е написана буквата x , тя може да се заменя с низове по някое от правилата:

- (1) $x \rightarrow 111x$
(2) $x \rightarrow 11111x$
(3) $x \rightarrow 111$

Например $x \xrightarrow{(2)} 1111x \xrightarrow{(1)} 1111111x \xrightarrow{(3)} 111111111$. Колко са низовете от една или повече единици, които **не могат** да бъдат получени, стартирайки от буквата x ?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) никое от тези

23. На чертежа радиусите на двете окръжности са 25 мм и 15 мм, а дължината на общата допирателна е 30 мм. Колко сантиметра е разстоянието между центрите на окръжностите?



- А) 5 Б) $3\sqrt{2}$ В) $2\sqrt{3}$ Г) $\sqrt{13}$ Д) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

24. Зърнопроизводител засял 60 дка с пшеница и 45 дка с царевица. Добивът, който получил, бил 500 кг пшеница от декар и 600 кг царевица от декар. Разходите, които направил за отглеждането на пшеницата, били общо 5100 лв., а за царевицата били общо 4050 лв. Държавното подпомагане (субсидията) е 5 лв. за засят декар с пшеница, а за царевицата държавно подпомагане няма. Изкупната цена на пшеницата е 200 лв. за тон, а на царевицата е 180 лв. за тон. Колко процента е била печалбата на зърнопроизводителя от един декар с царевица в сравнение с печалбата, получена от един декар пшеница?

- А) по-малко от 86 Б) между 86 и 89 В) между 89 и 92
Г) между 92 и 95 Д) повече от 95

25. Коя от цифрите

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4 Д) 8

не може да бъде цифра на десетиците на числата 3^n , $n \in \mathbb{N}$?

26. Всяка поредица от букви ще наричаме дума. Колко са думите, които могат да се получат с пренареждане на буквите на думата ЧЕРНОРИЗЕЦ, в които се среща думата РОЗИ (съставена от последователни букви)?

- А) 360 Б) 720 В) 2520 Г) 4320 Д) 5040

27. Кои са последните три цифри на най-малкото естествено число, имащо точно 2010 целочислени делители?

- А) 000 Б) 200 В) 400 Г) 600 Д) 800

28. Едно число ще наричаме *сумарно*, ако е едновременно сума на две последователни естествени числа и сума на три последователни естествени числа. Относно коя операция множеството на сумарните числа е затворено, т.е. резултатът от операцията на всеки две сумарни числа е също сумарно число?

- А) събиране Б) изваждане В) умножение Г) деление
Д) никоя от тези

29. Имало седем гъоля. Във всеки имало по жаба. След кратка разходка три от жабите се върнали в гъоловете си, а другите четири жаби попаднали в чужди, но пак имало по една жаба във всеки от гъловете. По колко различни начина може да е станало това?

- А) 105 Б) 210 В) 315 Г) 420 Д) 630

30. Кое число ще бъде отпечатано след изпълнение на програмата

```
въведи a, въведи n, i:=1
докато i<n прави
    ако a е четно a:=a/2, иначе a:=3a+1
    i:=i+1
печат a
```

при въвеждане на $a=10$, $n=2010$?

- А) 8 Б) 4 В) 2 Г) 1 Д) никое от тези