

**НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА  
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И  
ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДООЗИКОВ ПРОФИЛ**

*ЛОВЕЧ – 2010*

**ТЕМА ЗА ОСМИ КЛАС**

**1.** Дадено е уравнението  $x^2 - 3ax + 2a^2 + a - 1 = 0$ , където  $a$  е реален параметър.

- а) Да се реши уравнението в зависимост от стойностите на параметъра  $a$ .
- б) Да се намерят стойностите на  $a$ , за които уравнението има два различни реални корена такива, че по-малкият корен е по-малък от  $-3$ , а по-големият е по-голям от  $-1$ .

**2.** Даден е равнобедрен правоъгълен триъгълник  $ABC$  с хипотенуза  $AB$ . Точките  $M$  и  $P$  съответно от страните  $AC$  и  $AB$  са такива, че  $CP \perp BM$ .

- а) Ако  $N$  е средата на  $PB$ ,  $CP \cap BM = K$  и  $\sphericalangle MCP = \sphericalangle KNP$ , да се намери  $\sphericalangle MBC$ .
- б) Ако  $M$  е средата на  $AC$ , да се намери отношението  $AP : PB$ .

**3.** За участие в тенис турнир се записали 18 тенисисти. Според правилата в тениса, на всеки участник бил даден номер в листата в зависимост от предишни постижения: № 1 – на най-именития, № 2 – на следващия по успехи, и т.н. до № 18. В първия кръг всичките 18 тенисисти били разпределени с жребий в 9 двойки. Записвайки номерата на противниците във всеки от 9-те мача, секретарят на турнира забелязал, че във всяка двойка сборът от номерата на двамата противници е равен на квадрата на някакво естествено число.

- а) Кой пореден номер има тенисистът, който е попаднал в една двойка с тенисист № 1?
- б) Ден преди турнира заявил участие още един тенисист – той бил записан под № 19. Бил теглен втори жребий – първо се оказало, че първия кръг пропуска тенисист № 1; и второ: при разпределението на останалите състезатели за този кръг отново се получило във всяка от 9-те двойки сборът на номерата на противниците да е квадрат на естествено число. Вярно ли е, че при втория жребий четири от двойките противници не са променили състава си, определен при първия жребий?

*Време за работа 3 часа.*

*Журито ви пожелава успешна работа!*