

**НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА  
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И  
ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ**

**ЛОВЕЧ – 2010**

**ТЕМА ЗА ДЕСЕТИ КЛАС**

1. а) Да се реши системата уравнения  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 10x - 18y + 6 = 0 \end{cases}$ .
- б) Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които система  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 10x - 18y + a \leq 0 \end{cases}$  има единствено решение.
2. Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$ . Центърът на вписаната в триъгълника окръжност, центърът на описаната около триъгълника окръжност и върховете  $A$  и  $B$  лежат на окръжност  $k$ .
- а) Да се намери мярката на  $\angle ACB$  и да се докаже, че ортоцентърът на  $\triangle ABC$  лежи на  $k$ .
- б) Ако медицентърът на триъгълника лежи на  $k$ , да се намерят мерките на ъглите на  $\triangle ABC$ .
3. а) Дванадесет топки са номерирани с числата от 1 до 12. Топките са разпределени в няколко кутии така, че във всяка кутия най-големият номер е равен на сума на номерата на останалите топки в тази кутия. В колко кутии са разпределени топките? По колко различни начина може да стане това?
- б) Възможно ли е, ако премахнем топката с номер 12, останалите 11 топки отново да могат да се разпределят в кутии така, че във всяка кутия най-големият номер да е равен на сума на номерата на останалите топки в същата кутия?

*Време за работа 3 часа.  
Журито ви пожелава успешна работа!*