

**НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И
ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ**

ЛОВЕЧ – 2009

ТЕМА ЗА ДВАНАДЕСЕТИ КЛАС

1. Дадено е уравнението $x^4 - (3k + 2)x^2 + k^2 = 0$, където k е реален параметър. Да се намерят стойностите на k , при които уравнението има:

- а) точно три реални корена;
 - б) поне три реални корена, които образуват аритметична прогресия.
- 2.** В окръжност с радиус 1 е вписан триъгълник ABC с $\angle CAB = 45^\circ$. Симетралата на страната AB пресича страната AC във вътрешна точка D , като $CD = k AD$. Нека S е лицето на триъгълника ABC .
- а) Да се намери S при $k = 1$.
 - б) Да се изрази S като функция на k и намери стойността на k , при която S е най-голямо.
- 3.** Основата $ABCD$ на пирамидата $QABCD$ е трапец с основи AB и CD , $AC \perp CB$ и $\angle CAB = 30^\circ$. Околните ръбове на пирамидата са равни помежду си, $\angle AQB = 90^\circ$ и лицето на $\triangle AQB$ е 4. Да се намери:
- а) обемът на пирамидата;
 - б) лицето на сечението на пирамидата с равнина α , която минава през ръба AB и сключва с равнината на основата ъгъл, равен на ъгъла между равнините (QCD) и $(ABCD)$.

*Време за работа 3 часа.
Журито ви пожелава успешна работа!*