

**НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА  
ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И  
ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ**

**ЛОВЕЧ – 2009**

**ТЕМА ЗА ЕДИНАДЕСЕТИ КЛАС**

**1.** Нека реалните числа  $p$  и  $q$  са такива, че уравнението  $x^2 + x - p - q = 0$  няма реални корени. Да се докаже, че:

- a) уравнението  $x^2 - 2qx + p = 0$  има два различни реални корена;
- b) уравнението  $x^2 + \left(q - \frac{3}{2}\right)x + 5p + 4q - \frac{1}{2} = 0$  има реални корени  $x_1 < x_2$  такива, че интервалът  $(x_1; x_2)$  съдържа поне три цели числа.

**2.** Точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на една права. Построени са две окръжности  $k_1$  и  $k_2$  с диаметри съответно отсечките  $AB$  и  $BC$ . През точката  $A$  е построена права, която пресича  $k_1$  в точка  $D$  и се допира до  $k_2$  в точка  $E$ . Да се намерят радиусите на окръжностите, ако  $BD = 9$  и  $BE = 12$ .

**3.** Таблица съдържа 2009 реда и  $K$  колони. Във всяка клетка на таблицата е написан сборът на номерата на реда и на колоната, в които се намира клетката.

- a) Да се намери сумата на написаните числа.
- b) Колко е вероятността числото в случайно избрана клетка от таблицата да е четно?

*Време за работа 3 часа.  
Журито ви пожелава успешна работа!*