НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ

ЛОВЕЧ – 2008

ТЕМА ЗА ДВАНАДЕСЕТИ КЛАС

1. а) Да се реши уравнението $(y-1)^3+(y+1)^3=\frac{7}{2}y^3$.

б) Да се намери броят на решенията на уравнението

$$(x^2-x+1)^3+(x^2+x+1)^3=a(x^2+1)^3$$

в зависимост от стойностите на реалния параметър a.

2. Даден е правоъгълен триъгълник ABC с хипотенуза AB. Допирателната в точка C към описаната около триъгълника ABC окръжност пресича окръжностите с диаметри AC и BC съответно в точки Q и P.

а) Да се изразят дължините на отсечките AQ,, PQ и BP чрез дължините на страните $AB=c$, $BC=a$ и $CA=b$ на триъгълника.

б) Ако лицето на триъгълника ABC е равно на 1 и периметърът на четириъгълника $ABPQ$ е $5\sqrt{2}$, да се намерят острите ъгли на триъгълника ABC.

3. Основата $ABCD$ на права призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с околен ръб $AA_1=b$ е ромб със страна $AB=a$ и $\angle DAB=\alpha$. Да се намери:

а) разстоянието от върха B_1 до равнината ACD_1;

б) отношението $\frac{AB}{AA_1}$, ако $\angle[(ACD_1),(CDD_1C_1)]=45^\circ$ и $\angle DAB=60^\circ$.

Време за работа 3 часа.

Журито ви пожелава успешна работа!

math-bg.com