НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ

ЛОВЕЧ – 2008

ТЕМА ЗА ДЕСЕТИ КЛАС

1. Дадено е уравнението $(m^2+2)x^2-2(m^2+m+2)x+2m=0$, където m е реално число.

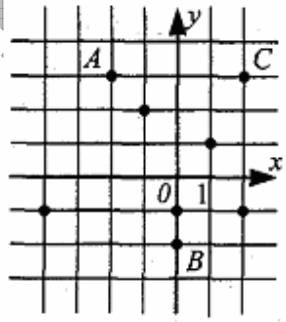
а) Да се докаже, че уравнението има два различни реални корена x_1 и x_2 за всяка стойност на m.

б) Да се докаже, че за всяко m са в сила неравенствата

$$\frac{4-\sqrt{2}}{2} \le x_1+x_2 \le \frac{4+\sqrt{2}}{2}.$$

2. В равнобедрения трапец $ABCD$ ъглите при основата AB са равни на 30°, диагоналът AC е ъглополовяща на $\angle DAB$, ъглополовящата на $\angle BCD$ пресича AB в точка M, а отсечката DM пресича AC в точка N. Да се намери лицето на триъгълника AMN, ако лицето на трапеца е $2+\sqrt{3}$.

3. В координатната система са отбелязани 8 точки с целочислени координати, както е показано на фигурата:



а) Графиката на квадратната функция $k(x)=ax^2+bx+c$ минава през точките A, B и C. Да се реши неравенството $\frac{k(x)}{x} \le 0$.

б) Колко са всички квадратни функции с аргумент x, графиките на които минават през три от отбелязаните точки, като едната от тях е върхът на съответната парабола? (Отговорът да се обоснове.)

Време за работа 3 часа.
Журито ви пожелава успешна работа!

math-bg.com