НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ ОТ ПРОФИЛИРАНИ ГИМНАЗИИ И ПАРАЛЕЛКИ НА СОУ С ЧУЖДОЕЗИКОВ ПРОФИЛ

ЛОВЕЧ – 2007

ТЕМА ЗА ДВАНАДЕСЕТИ КЛАС

1. Дадена е функцията $f(x)=16x^2-8mx+m^2-4m+11$, където m е реален параметър.

а) Да се намерят стойностите на m, за които уравнението $f(x)=0$ има точно един реален корен в интервала (0; 1).

б) Да се намерят стойностите на m, за които най-малката стойност на функцията $f(x)$ в интервала [0; 1] е положителна.

2. В остроъгълния триъгълник ABC BB_1 и CC_1 са височините съответно през върховете B и C. Нека M е центърът на вписаната в триъгълника AB_1C_1 окръжност, а T е допирната точка на вписаната в триъгълника ABC окръжност със страната AB. Да се докаже, че $MT = r$, където r е радиуса на вписаната в ABC окръжност.

3. В триъгълната пирамида $ABCQ$ околният ръб AQ е перпендикулярен на основата и $AQ = 1$, $AB = 1$, $AC = BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$. През точка M от ръба AB е построена равнина α, перпендикулярна на AB.

а) Да се изрази лицето на сечението на α с пирамидата като функция на $AM = x$.

б) Да се намерят стойностите на x, за които сечението е многоъгълник, описан около окръжност.

Време за работа 3 часа.
Журито ви пожелава успешна работа!

math-bg.com