ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

12 КЛАС

Задача 1. Дадени са три числа със сума, равна на 7, които образуват геометрична прогресия. Ако първото се намали с 2, второто се увеличи с 3, а третото се намали с 8, се получават три числа, които в някакъв ред образуват аритметична прогресия. Намерете дадените числа.

Задача 2. Дадено е уравнението $x^2-(1+tg\alpha)x+\cos^2\alpha=0$, където $\alpha\in\left(-2\pi,-\frac{3\pi}{2}\right)$ е параметър. Намерете корените x_1, x_2 и стойността на α, ако $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=4$.

Задача 3. Дължините на страните на триъгълник образуват аритметична прогресия. Намерете радиуса на описаната около триъгълника окръжност и разстоянието между петите на височините, прекарани през краищата на най-голямата страна, ако лицата на триъгълника и вписания в него кръг са съответно $3\sqrt{15}$ и $\frac{5\pi}{3}$.

Задача 4. В четириъгълник $ABCD$ диагоналите AC и BD са перпендикулярни, пресичат се в точка O, $AO=2$, $CO=DO=3$ и $BO=4$. Права, която минава през O и сключва с AC ъгъл φ, пресича страните AB и CD съответно в точки M и N.

а) Докажете, че $\frac{AM}{MB}.\frac{DN}{NC}=\frac{1}{2}$.

б) Определете стойностите на φ, за които $AM=CN$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

math-bg.com