ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН

8 ДЕКЕМВРИ 2007 ГОДИНА

10 КЛАС

Задача 1. Решете системата $\left| \begin{array}{c} x^2+xy+\dfrac{3}{x^2+xy}=\dfrac{7}{2} \\ y^2+xy=2 \end{array} \right.$.

Задача 2. В триъгълник ABC $\angle A=30^\circ$, $\angle B=60^\circ$ и $BC=a$. Върху страните AB и AC са избрани съответно точки P и M така, че $MP\perp AB$ и $MP=BP$.

а) Намерете радиуса на вписаната окръжност в триъгълник AMP.

б) Ако $\angle BCO=\varphi$, където O е пресечната точка на ъглополовящите на $\angle BPM$ и $\angle PBC$, намерете стойността на $\cot g\varphi$.

Задача 3. Дадено е уравнението $x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+\dfrac{3}{2}+\sqrt{3}=0$ с корени x_1 и x_2 $\left(x_1<x_2\right)$. Намерете x_1 и x_2 и докажете, че:

а) $\dfrac{x_1^2-3x_1x_2+\sqrt{3}x_2^2}{x_1^2+2x_2^2}=\dfrac{1}{7}$;

б) $\left(\sqrt{x_2^2-2x_1^2\sqrt{2}}+\sqrt{2x_1^2+\left(3-2\sqrt{2}\right)x_2^2}\right)^2=\sqrt{7x_1^4+x_2^4}$.

Задача 4. В окръжност с радиус $4,5\,cm$ са построени два взаимноперпендикулярни диаметъра AB и CD. Хордата AP пресича диаметъра CD в точка M така, че $CM:MD=1:3$. Хордата DP пресича диаметъра AB в точка Q. Намерете разстоянието от точка Q до центъра на окръжността.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

math-bg.com