ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – ГРАД ВИДИН

22 ОКТОМВРИ 2005 ГОДИНА

12 КЛАС

Задача 1. Докажете тъждеството $3-4\cos(2\alpha-3\pi)-\cos(5\pi+4\alpha)=8\cos^4\alpha$.

Задача 2. а) Да се докаже, че $\sqrt{5}\le\sqrt{3+x}+\sqrt{2-x}\le\sqrt{10}$ за всяка допустима стойност на x.

б) Да се реши уравнението $32\sqrt{6-x-x^2}-88\left(\sqrt{3+x}+\sqrt{2-x}\right)+197=0$.

Задача 3. Намерете първия член на аритметична прогресия $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, за която числата 1 и 2 се срещат сред пет последователни члена и $\left|a_6-\sqrt{2}\right|$ е възможно най-малко.

Задача 4. Даден е трапец ABCD (AB||CD). Точките M и N са среди съответно на бедрата AD и BC.

а) Докажете, че $S_{AND}=S_{BMC}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.

б) Докажете, че ако $\angle AND=\angle BMC$, то AD = BC.

в) Ако $\angle AND=90°$, $\angle BMC=60°$, $AB=4$, $CD=2$ намерете дължините на AD и BC.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

math-bg.com