XVIII МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР „ЧЕРНОРИЗЕЦ ХРАБЪР" – 01.11.2009

ЗАДАЧИ ЗА 11.–12. КЛАС

1. $1+3+5+7+\ldots 2009=$

А) $2009\cdot 2010$ Б) $2009\cdot 2008$ В) $2009\cdot 1004$
Г) $1005\cdot 2010$ Д) никое от тези

2. Две хиляди и деветият член на аритметична прогресия с първи член нула и разлика две е:

А) две хиляди и десет Б) четири хиляди и осемнайсет
В) две хиляди и девет Г) четири хиляди и двайсет
Д) никое от тези

3. Кой член на геометричната прогресия $\{a_n\}$ с първи член $a_1=1$ и частно $q=0,5$ лежи в интервала $(0,0009;0,001)$?

А) a_3 Б) a_{11} В) a_{90} Г) a_{1000} Д) a_{2009}

4. За успоредника $ABCD$ е дадено $AB=5$, $AD=3$, $\sphericalangle ABC=120°$. На колко е равен диагоналът BD?

А) $\sqrt{18}$ Б) $\sqrt{19}$ В) $\sqrt{20}$ Г) $\sqrt{21}$ Д) $\sqrt{22}$

5. Числото $\log_2 2009$ е от интервала:

А) $[0;1)$ Б) $[1;10)$ В) $[10;100)$ Г) $[100;1000)$ Д) $[1000;+\infty)$

6. Приблизително с колко процента намалява времето за пътуване на превозно средство, ако скоростта му се увеличи с 50%?

А) 50 Б) 33 В) 67 Г) 25 Д) 75

7. Ако $\log_7 2009=a$, то $\log_{2009} 41=$

А) $\frac{a-2}{a}$ Б) $\frac{a}{a+2}$ В) $\frac{a}{a-2}$ Г) $\frac{a+2}{a}$ Д) никое от тези

8. $\sin\frac{2009\pi}{2}\cdot\sin\frac{2009\pi}{3}\cdot\sin\frac{2009\pi}{4}\ldots\sin\frac{2009\pi}{2008}=$

А) 0 Б) $\frac{1}{2009}$ В) $\frac{\pi^{2008}}{2009!}$ Г) $\frac{\pi^{2008}\cdot 2009^{2008}}{2008!}$ Д) никое от тези

9. В Пентагона била заловена къртица. За назидание тя била завързана външно за един от ъглите в основата на Пентагона с въже, дълго 6 m. Приблизително (с точност до 1 m³) колко кубически метра е обемът пръст, оставащ достъпен за преравяне от къртицата? (Пентагонът е сграда с формата на правилен петоъгълник, чиято страна значително надвишава 6 m и бетонните му основи са вкопани в земята до дълбочина, по-голяма от 6 m.)

А) 347 Б) 337 В) 327 Г) 317 Д) 307

10. За коя от посочените стойности на параметъра a уравнението $|x^2+4x|=a$ има най-много реални корени?

А) 0 Б) -2 В) 2 Г) 4 Д) 6

11. В окръжност с радиус 1 е вписан правилен дванадесетоъгълник. Колко от диагоналите на дванадесетоъгълника имат дължина, по-малка от 2?

А) 36 Б) 48 В) 72 Г) 96 Д) 108

12. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n)=$

А) 0 Б) $\frac{1}{2}$ В) 1 Г) $+\infty$ Д) никое от тези

13. Нека с $S(k)$ означим сбора от ъглите на k-ъгълник. Кое е най-малкото k, за което $S(k)+S(k^2)>200\pi$?

А) 20 Б) 18 В) 16 Г) 14 Д) 12

14. Кое от числата

А) 400 Б) 440 В) 480 Г) 520 Д) 560

е най-близко до лицето на правилен осмоъгълник със страна 10?

15. Ако в бройна система с основа p имаме $15_p^2 = 213_p$, то 16_p^2 е равно на:

А) 343_p Б) 289_p В) 244_p Г) 224_p Д) никое от тези

16. Кутия за сок има формата на правилна четириъгълна призма с основен ръб 8 cm и височина 3 dm. Мравка изпълзяла от средата на един основен ръб до средата на най-далечния основен ръб. Колко сантиметра е най-краткият възможен път, който може да е изпълзяла мравката?

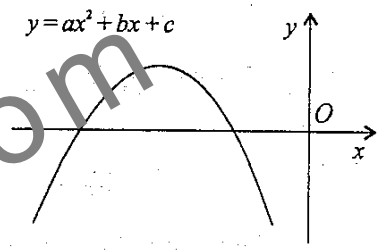
А) 33 Б) 34 В) 35 Г) 36 Д) 38

17. Колко на брой са числата в интервала (C; D), записани с две римски цифри?

А) едно Б) от две до четири В) от пет до осем

Г) от девет до дванадесет Д) повече от дванадесет

18. Какъв извод може да се направи за коефициентите b и c на квадратната функция $f(x) = ax^2 + bx + c$, чиято графика е показана на чертежа?



А) $b > 0, c > 0$ Б) $b < 0, c < 0$ В) $b > 0, c < 0$

Г) $b < 0, c > 0$ Д) никое от тези

19. Ако $f(1) = 2009$ и $f(x+y) = f(x) + y$ за всеки две реални числа x и y, то на колко е равно $f(2009)$?

А) 1 Б) 2009 В) 2010 Г) 4018 Д) никое от тези

20. Ако x и y са десетични цифри и е в сила равенството

$$\overline{xxyy} = (\overline{xx})^2 + (\overline{yy})^2,$$

то $x + y =$

А) 9 Б) 10 В) 11

Г) 12 Д) не може да се определи еднозначно

21. По случаен начин се избират две двуцифрени естествени числа, може и съвпадащи. Каква е вероятността техният най-голям общ делител да е по-голям от 40?

А) $\frac{1}{5}$ Б) $\frac{67}{8100}$ В) $\frac{49}{8100}$

Г) $\frac{58}{8100}$ Д) никоя от тези

22. На една планета, чиято ос е перпендикулярна на равнината на орбитата ѝ, годината се състои от 360 на брой 24-часови денонощия, като един час е равен на 60 минути. Кое от следните би могло да бъде периодът на обикаляне на тази планета около оста ѝ (с точност до минута)? (Приемете за верен хелиоцентричния модел.)

А) 23 часа 54 минути Б) 23 часа 58 минути В) 24 часа

Г) 24 часа 2 минути Д) 24 часа 4 минути

23. Дадени са следните равенства между двуцифрени числа, написани на датски език:

fyrre + fyrre = firs;
ti + ti = tyve;
halvfjerds - tyve = ti + fyrre;
fyrre - tyve = tyve.

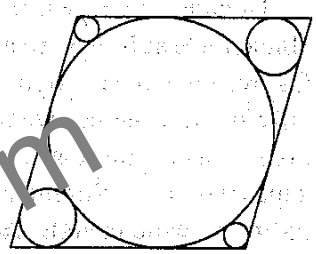
Кое от следните може да е стойността на halvfjerds?

А) 70 Б) 75 В) 80 Г) 85 Д) 90

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{(n+1)^2} =$

А) 0 Б) 1 В) e Г) e^2 Д) $+\infty$

25. Даден е ромб с диагонали 6 и 8. На колко е равна сумата от радиусите на окръжностите, всяка от които се допира до две от страните на ромба и до вписаната в него окръжност?



А) $\dfrac{13}{15}$ Б) $\dfrac{26}{15}$ В) $\dfrac{2\sqrt{6}}{15}$

Г) $\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ Д) никоя от тези

26. Стойността на кой от изразите

А) 1005^2 Б) $\dfrac{44\cdot 45\cdot 89}{6}$ В) 2009^2 Г) $\dfrac{2010\cdot 2009}{2}$ Д) $2010\cdot 2009$

е равна на отпечатаното число в резултат на изпълнение на програмата

```
1. i:=1, n:=1, s:=1
2. i:=i+2, n:=n+i
3. ако n<2009, то s:=s+n и иди на 2, иначе печат s
```

27. Каква е дължината на най-големия интервал, в който е изпълнено неравенството $3x^4-8x^3-6x^2+8x+3\le 0$?

А) $1\frac{1}{3}$ Б) 2 В) $3\frac{1}{3}$ Г) 4 Д) ∞

28. Кое от числата

А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) 8

е най-близо до най-малкия възможен периметър на триъгълник XYZ, ако $Z(4;3)$, точката X е от абсцисата, а Y е точка от ъглополовящата на I-III квадрант?

29. Избирателите в секция „Двете казина“ са 2009. На изборите те могат да гласуват за един от двамата кандидати X и Y, а могат и да не гласуват въобще, като решението си всеки взима по случаен начин с еднаква вероятност за трите възможности (т.е. броят на гласувалите x за X, броят на гласувалите y за Y и броят z на негласувалите са случайно

избрана тройка цели неотрицателни числа, за които $x+y+z=2009$).

Печели кандидатът, за когото са гласували поне половината от избирателите. Приблизително каква е вероятността да бъде избран X?

А) 0 Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{1}{4}$ Д) $\frac{1}{5}$

30. Колко са решенията $(x^*; y^*)$ на системата $\begin{cases} x^2+4\sin^2 y=4 \\ \cos x-2\cos^2 y=1, \end{cases}$

за които точките с координати $(x^*; y^*)$ са от кръга с център началото и радиус 2?

А) 1 Б) 2 В) 4

Г) 4 Д) системата няма реални решения в този кръг.