XVII МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР „ЧЕРНОРИЗЕЦ ХРАБЪР" 01.11.2008

ЗАДАЧИ ЗА 9.–10. КЛАС

1. Как са подредени по големина числата

$$a = 2008 \cdot 2008, \quad b = 2007 \cdot 2009, \quad c = 2006 \cdot 2010?$$

А) $a < b < c$ Б) $b < c < a$ В) $a > b > c$ Г) $b > c > a$ Д) $a = b = c$

2. Решете уравнението

три хикс квадрат минус две хикс равно на едно.

А) хикс едно равно на едно, хикс две равно на минус една трета
Б) хикс едно равно на минус едно, хикс две равно на една трета
В) хикс едно равно на три, хикс две равно на минус едно
Г) хикс едно равно на едно, хикс две равно на една трета
Д) никое от тези

3. Един от ъглите на триъгълник има мярка 15°, а друг е със 70° по-голям. Мярката на третия ъгъл е:

А) 80° Б) 85° В) 90° Г) 95° Д) 100°

4. Ако 9 е 36% от едно число, колко е 60% от същото число?

А) 12 Б) 15 В) 18 Г) 24 Д) 40

5. На колко е равен сборът от корените на уравнението

$$x^2 + 2008|x| - 16000 = 0?$$

А) 0 Б) −2008 В) 2008 Г) 4016 Д) никое от тези

6. С A, B и C са означени три различни върха на правилен шестоъгълник. Колко различни стойности може да приема $\angle ABC$?

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 10

7. Една кола изминала z km с y km/h. Колата е тръгнала в 9 часà вечерта и е пристигнала на другия ден предиобед. В колко часà е пристигнала?

А) $\frac{z}{y} + 9$ Б) $\frac{z-12}{y}$ В) $\frac{z}{y-9}$ Г) $\frac{z}{y} - 12$ Д) по друго време

8. В една кутия са поставени бели и черни топчета, като в нея има поне едно бяло топче и поне едно черно топче. Всяко бяло топче тежи 5 g, а всяко черно — 8 g. Общото тегло на всички топчета е 55 g. Колко общо топчета има в кутията?

А) 11 Б) 10 В) 9 Г) 8 Д) 7

9. Колко са трицифрените числа с една четна и две нечетни цифри?

А) 300 Б) 310 В) 325 Г) 350 Д) 375

10. По окръжност отбелязали 30 точки, някои със синьо, другите с червено. Свързали с отсечки всяка синя точка точно със 7 червени. Така всяка червена точка се оказала свързана с точно 3 сини. Колко отсечки с разноцветни краища са построени?

А) 21 Б) 42 В) 48 Г) 60 Д) 63

11. Колко са целите числа a, при които уравнението $|ax - 24| = 96$ има два целочислени корена?

А) 6 Б) 12 В) 16 Г) 18 Д) 30

12. Какво ще бъде отпечатано в резултат от изпълнението на процедурата

```
n:=2008; p:=1;
    докато 2*p<n повтаряй p:=2*p;
отпечатай n-p
```

А) 0 Б) 2008 В) 984 Г) 1024 Д) никое от тези

13. При кое n е вярно следното твърдение:

Ако ъглите на един вписан n-ъгълник са равни, то и страните му са равни.

А) 234 Б) 243 В) 324 Г) 342 Д) 432

14. На първи юли търговец купил 12 тона дини с водно съдържание 96% при цена 20 стотинки за килограм. На втори юли той продал 4 тона от динитe, които вече имали водно съдържание 94%, при цена 40 ст. за килограм. На трети юли продал и останалите, които вече имали водно съдържание 92%, при цена 30 ст. за килограм. Колко лева е печалбата на търговеца от цялата операция?

А) 0 Б) 100 В) 200 Г) 400 Д) 1600

15. В Средния адронен колайдер има два кръга за ускоряване на частици — малък, с дължина 5 km, и голям, с дължина 15 km. Енергията за обслужване на 1 km от големия кръг е с 20% повече от тази, необходима за поддържането на същите параметри в 1 km от малкия кръг. В малкия кръг протон бил ускорен до скорост 60% от скоростта на светлината, с която скорост протонът направил 3 обиколки на кръга. След това протонът навлязъл в големия кръг и бил ускорен до 75% от скоростта на светлината, като направил 4 обиколки с тази скорост. Приблизително каква енергия (в ГВтЧ) е била необходима за четирите обиколки в големия кръг, ако в малкия за трите обиколки са били изразходени 1,2 ГВтЧ? Приема се, че увеличението на енергията, необходима за поддържане на скоростта на протон от v_1 на $v_2 > v_1$, е $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$ пъти.

А) 10 Б) 9 В) 8 Г) 7 Д) 6

16. Трябваше да премествя един гардероб на 1 m. Поставих го върху две точилки и го бутах до желаното място. На какво разстояние (в метри) са се придвижили точилките?

А) $\frac{2}{\pi}$ Б) 1 В) $\frac{\pi}{2}$ Г) 0,5 Д) 2

17. В *Света на Диска* (който е плосък) два самолета излетели едновременно в 13 часá от съседни писти на едно летище. Приблизително на колко километра разстояние ще са те един от друг в 13:40 часá, ако единият лети на север със 720 km/h, другият на запад с 960 km/h и никой от тях не е стигнал до *Ръба на Диска*?

А) 400 Б) 600 В) 800 Г) 1000 Д) 1200

18. Корабокрушенец попаднал на самотен остров, а от багажа му оцеляла само огромна кутия бонбони. Всеки ден той ял по еднакъв брой бонбони от нея, докато я изпразнил. Ако беше ял с един бонбон по-малко на ден, тя щеше да му стигне за 9 дни повече. Ако беше ял с един бонбон повече на ден, щеше да му стигне за 6 дни по-малко. За колко дена е изпразнил кутията корабокрушенецът?

А) 30 Б) 36 В) 42 Г) 48 Д) 54

19. Марийка е подредила във формата на квадрат 4×4 с лицето надолу 16 аса, от които 4 пики, 4 купи, 4 кари и 4 спатии. Във всеки ред, всеки стълб и по всеки от двата диагонала се среща всяка от четирите игрални бои. Колко най-малко карти трябва да обърне Иванчо, за да е сигурно, че ще успее да познае разположението на картите?

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 7

20. Едно естествено число ще наричаме *обърканo*, ако при деление с 9 дава частно a и остатък b, а при деление със 17 дава частно b и остатък a. Колко са *обърканите* трицифрени числа?

А) 3 Б) 33 В) 39 Г) 47 Д) 52

21. На колко е равна сумата от всички цифри на всички естествени числа от 1 до 2008 включително?

А) 20 345 Б) 31 412 В) 46 538 Г) 52 764 Д) никое от тези

22. Функцията f е определена в множеството на целите числа по следния начин:

$$f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{за} \quad x \leqq -3 \\ x+1 & \text{за} \quad x \geqq -2. \end{cases}$$

Кое множество се състои от решенията на неравенството

$$f(f(m)) \leq 0, \ m \in [-10; 10]?$$

А) $\{-10; -9; -8; -7\}$ Б) $\{-10; -7; -6\}$ В) $\{-10; -9; -8; -7; -6\}$
Г) $\{-10; -7; -6; -2\}$ Д) никое от тези

23. Кое от числата

А) 14 Б) 15 В) 16 Г) 17 Д) 18

не може да се представи във вида $\dfrac{m}{n} + \dfrac{m+1}{n+1}$ за естествени числа m и n?

24. През XIX в. е имало 11 пътя, които свързвали Лондон и Кембридж, включително тези през Оксфорд, и 13 пътя от Лондон до Оксфорд, включително тези през Кембридж. Колко директни пътя са свързвали Оксфорд и Кембридж през XIX в.?

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

25. Кой е най-големият общ делител на всички числа от вида

$$9n^2 - 5n^3 - 4n,$$

когато n е произволно естествено число с не повече от 2008 цифри?

А) 30 Б) 60 В) 120 Г) 240 Д) друг отговор

26. От черни единични кубчета е сглобен куб, някои от стените на който били боядисани в бяло. Оказало се, че 45 единични кубчета си останали черни. Колко единични кубчета имат поне по две бели стени?

А) 20 Б) 21 В) 23 Г) 24 Д) повече от 24

27. Колко са естествените числа n, за които измежду числата n, $n+1$ и $n+2$ две имат точно два естествени делителя, а третото има точно три естествени делителя?

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) безбройно много

28. В равенствата

üç × üç = dokuz

katër + katër = tetë

üç − bir = iki

dy × dy = katër

участват само цифри. Някои равенства са написани на албански, а останалите — на турски език. Коя от цифрите

А) üç Б) dokuz В) bir Г) iki Г) sekiz,

написани на турски, съответства на албанската tetë?

29. Колко са двуцифрените числа $\overline{ab}$, за които числото

$$S = \overline{aba} + \overline{bab} + \overline{aaa} + \overline{bbb}$$

има точно 16 естествени делители? (Подразбира се $a \cdot b \neq 0$.)

А) 20 Б) 24 В) 26 Г) 28 Д) 37

30. В равнината са дадени права l, точка O от l и вектор $\overrightarrow{a}$, сключващ с l ъгъл $60°$. Решете уравнението

$$\tau_{\overrightarrow{a}} \circ \chi = \sigma_l \circ \rho_O$$

с неизвестна еднаквост χ, в което ρ_O е ротацията, определена от O и ъгъл $60°$ (при която $l \parallel \rho_O(\overrightarrow{a})$), σ_l е осевата симетрия с ос l, $\tau_{\overrightarrow{a}}$ е транслацията на вектор $\overrightarrow{a}$, а с $\circ$ е означена композицията на съответните еднаквости (за всеки две еднаквости ε_1 и ε_2 при $\varepsilon = \varepsilon_1 \circ \varepsilon_2$ имаме $\varepsilon(X) = \varepsilon_1(\varepsilon_2(X))$ за всяка точка X от равнината).

А) σ_m за подходяща права $m \parallel l$

Б) σ_m за подходяща права $m \perp \overrightarrow{a}$

В) σ_m за подходяща права $m \perp l$

Г) $\rho_O(\varphi)$ за подходящ ъгъл φ

Д) $\tau_{\overrightarrow{b}}$ за подходящ вектор $\overrightarrow{b}$