

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ХАСКОВО

6300 Хасково, ул. "П. Евтимий" № 2, тел./факс 038/62 25 03, e-mail: rio_haskovo@mon.bg

Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 25 февруари 2010 год.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

Зад.1.

а) Да се реши уравнението $\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x + 3} = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ (3 точки)

б) Да се реши системата $\begin{cases} x + y + xy = 7 \\ x^2 + y^2 + xy = 13 \end{cases}$ (4 точки)

Зад.2. Да се намерят стойностите на параметъра m , за които корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 3m = 0$, изпълняват условието $3x_1 - 2x_2 + 4m = 19$. (7 точки)

Зад.3. Даден е $\triangle ABC$, в който $\angle ABC = 45^\circ$. Върху страната BC е взета точка D , такава че $CD = 2DB$ и $\angle ADC = 60^\circ$.

а) да се докаже, че центърът на описаната около $\triangle ABC$ окръжност лежи върху AD ;

(5 точки)

б) да се намерят градусните мерки на дъгите \widehat{AB} и \widehat{BC} от тази окръжност.

(2 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 25.02.2010 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА**

IX клас

Зад.1.

a) Извършване на полагането $x^2 - 2x + 2 = y$

0,5 точки

Намиране на $y_1 = 1$ и $y_2 = -\frac{3}{2}$

1,5 точки

Връщане към полагането и намиране на $x_1 = x_2 = 1$

1 точка

b) Извършване на полагането $\begin{cases} x+y=s \\ xy=t \end{cases}$ и получаване на системата $\begin{cases} s+p=7 \\ s^2-p=13 \end{cases}$

1 точка

Намиране решенията на системата $(4; 3)$ и $(-5; 12)$

1,5 точки

Връщане към полагането и намиране решенията на системите

$$\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x+y=-5 \\ xy=12 \end{cases}$$

1,5 точки

Зад.2.

Прилагане на теоремата на Виет $\begin{cases} x_1+x_2=2m+3 \\ x_1x_2=m^2+3m \end{cases}$

1 точка

Решаване на системата $\begin{cases} 3x_1-2x_2+4m=19 \\ x_1+x_2=2m+3 \end{cases}$ относно x_1 и x_2 ($x_1=5, x_2=2m-2$)

2 точки

Получаване на уравнението $m^2-7m+10=0$ и намерени $m_1=2, m_2=5$

2 точки

Намерена е дискриминантата и е извършена проверка за реални корени

2 точки

Зад.3.

Построена е симетралата на АВ и е доказано, че $OA=OB$ -1т.

Доказано е, че $\triangle OBD$ е равнобедрен и $OD=BD$ -1т.

Построена е отсечката ОР (Р среда на CD) и е доказано, че $\triangle ODP$ е равностранен -2т.

Доказано е, че

$\triangle OBD \cong \triangle COP \Rightarrow OB=OC \Rightarrow$

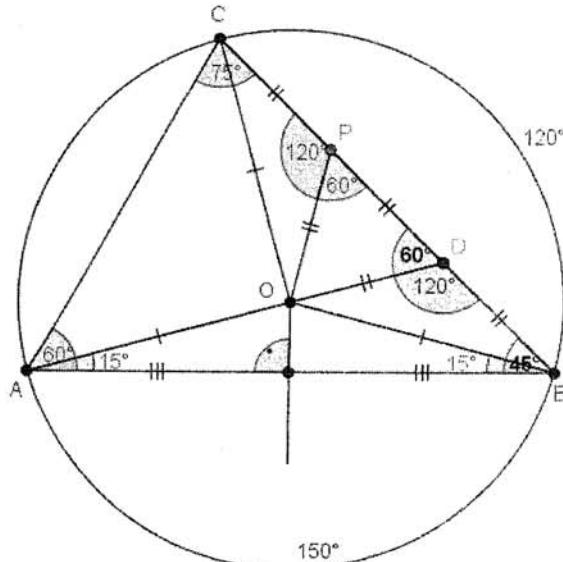
О е център на описаната окръжност -1т.

Намерени са ъглите $\angle A = 60^\circ$ и

$\angle C = 75^\circ$ -1т.

Намерени са дъгите $\overset{\frown}{AB} = 150^\circ$ и

$\overset{\frown}{BC} = 120^\circ$ -1т.



Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.