МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Враца
ул. "Св.С.Врачански" №6, ☎/факс (092) 624643

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
28.02.2010г.

IX клас

Зад.1 Решете уравнението $\frac{1}{x^2+2x}-\frac{1}{x^2+2x+1}=\frac{1}{12}$.

(7 точки)

Зад.2 Да се намерят стойностите на реалния параметър k, при които корените x_1 и x_2 на квадратното уравнение $x^2-2k(x-1)-1=0$ са реални, различни и удовлетворяват условието $x_1+x_2=x_1^2+x_2^2$.

(7 точки)

Зад.3 Даден е остроъгълен ΔABC, за който точка O е център на описаната около триъгълника окръжност, точка H – ортоцентър на триъгълника, а точка M – среда на AB.

а) Да се докаже, че $CH = 2.OM$;

б) Ако точката S е среда на CH, да се докаже, че точките O и S са симетрични точки относно средата на медианата CM.

(7 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

math-bg.com

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Враца
ул. "Св.С.Врачански" №6, ☎/факс (092) 624643

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
28.02.2010г.

Примерни кратки решения на задачите и указания за оценяване

IX клас

Зад.1 Уравнението има смисъл при $x \neq 0,\ x \neq -1$ *и* $x \neq -2$ **(1 точка)**.

Полагаме $x^2 + 2x = z$ **(1 точка)** и получаваме $\frac{1}{x^2+2x} - \frac{1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow$

$\frac{z^2+z-12}{z(z+1)} = 0 \Leftrightarrow z^2+z-12=0,\ z \neq 0,\ z \neq -1 \Rightarrow z_1 = -4,\ z_2 = 3$ **(2 точки)**$\Rightarrow x^2+2x=-4$ или $x^2+2x=3$ **(1 точка).**

Уравнението $x^2+2x+4=0$ няма реални корени**(1 точка)**, а корените на $x^2+2x-3=0$ са $x_1=-3 \in D$(*дефин.множ.на уравн.*), $x_2 = 1 \in D$ $\Rightarrow$корените на даденото уравнение са $x_1=-3,\ x_2=1$ **(1 точка).**

Зад.2 $x^2-2k(x-1)-1=0 \Leftrightarrow x^2-2kx+2k-1=0$ **(1 точка)**.

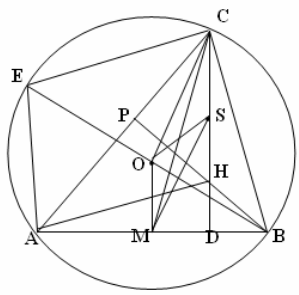
D=$(k-1)^2 \geq 0$ *за* $\forall k$ **(1 точка)**.

D>0 при k≠1$\Rightarrow x_1$ и x_2 са реални и различни при ∀ k≠1 (1) **(1 точка)**.

Съгласно формулите на Виет $x_1+x_2=2k$ и $x_1.x_2=2k-1$ **(1 точка)**.

Условието $x_1+x_2=x_1^2+x_2^2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=x_1+x_2 \Leftrightarrow 2k^2-3k+1=0$ **(1 точка)**.

$\Rightarrow k_1=1,\ k_2=\frac{1}{2}$ (2) **(1 точка)**. От (1) и (2) следва, че $k=\frac{1}{2}$ **(1 точка)**.



Зад.3

а) Точка *M*– среда на хордата *AB*, точка *O*– център на описаната окръжност$\Rightarrow OM \perp AB$**(0,5 точки).**

Построяваме диаметъра $BE \Rightarrow \angle BAE = \angle BCE = 90°$**(0,5 точки).**

OM е средна отсечка в $\Delta ABE \Rightarrow$AE=2OM**(0,5 точки).**

$CH \parallel AE$ ($CH \perp AB$ и $AE \perp AB$) **(0,5 точки)** и

$AH \parallel CE$($CE \perp BC$ и $AH \perp BC$, т.к.*AH* е височина)**(0,5 точки)**

$\Rightarrow$ четириъгълникът *AHCE* е успоредник**(0,5 точки)**$\Rightarrow AE = CH$**(0,5 точки)**

$\Rightarrow CH = 2OM$**(0,5 точки)**.

б) Ако точка *S* е среда на *CH*, то *CS*=*SH***(0,5 точки)**

и от доказаното в подусл.а) следва, че *CS*=*OM***(0,5 точки)**.

$CS \parallel OM$($CH \perp AB$ и $OM \perp AB$) **(0,5 точки)**$\Rightarrow$четириъгълникът *MSCO* е успоредник**(0,5 точки)**

$\Rightarrow$диагоналите *CM* и *OS* взаимно се разполовяват, т.е. точка O и точка S са симетрични относно средата на *CM*(*CM*-медиана) **(1 точка)**.

math-bg.com