

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ХАСКОВО

6300 Хасково, ул. "П. Евтимий" № 2, тел./факс 038/62 25 03, e-mail: rio_haskovo@mon.bg

**Национална олимпиада по математика
Общински кръг – 25 февруари 2010 год.**

ТЕМА ЗА VIII КЛАС

Задача1:

a) Да се реши уравнението $(1 - 2x) \left(4 - \frac{8}{9}x \right) = \left(2 - \frac{5}{3}x \right)^2 + \frac{4}{9}$ (3 точки)

б) Постройте в една и съща координатна система графиките на функциите $f(x) = 1 - |x - 1|$ и $g(x) = |x - 1|$. Намерете лицето на фигурата, заградена от графиките на тези функции. (4 точки)

Задача 2: Даден е трапец ABCD ($AB \parallel CD$, $AB > DC$). Точките M и N са среди съответно на основите AB и CD. Дължината на отсечката MN е равна на полуразликата на двете основи.

а) Докажете, че сборът от ъглите при голямата основа на трапеца е 90° ; (5 точки)

б) Да се намерят основите на трапеца, ако средната му отсечка е равна на m , а $MN = n$. При каква зависимост между m и n задачата има смисъл? (2 точки)

Задача3: От съд с вместимост a литра, напълнен със спирт, отделили някаква част и допълнили съда с вода. След това отделили същото количество смес и отново допълнили с вода. В съда останали b литра чист спирт. По колко литра течност са отливали всеки път? (7 точки)

Време за работа : 4 астрономически часа

Желаем Ви успех!

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 25.02.2010 г.
ПРИМЕРНИ КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА**

VIII клас

- 1зад.** а) $(1-2x)\frac{(36-8x)}{9} = \frac{(6-5x)^2}{9} + \frac{4}{9}$;
 $9x^2 + 20x + 4 = 0$ 2 точки
 Намиране на корените на уравнението $x_1 = -2; x_2 = -\frac{2}{9}$ 1 точка
- б) Построяване на графиката на функцията $f(x) = 1 - |x - 1|$ 1 точка
 Построяване на графиката на функцията $g(x) = |x - 1|$ 1 точка
 Доказване, че фигурата, заградена от графиките на двете функции, е квадрат 1 точка
 диагоналът на квадрата е 1 м.ед. \Rightarrow лицето му е $\frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$ кв.м.ед. 1 точка
- 2зад.** а) Построяване на отсечките NK и NL ($K, L \in AB$), така че $NK \parallel DA$ и $NL \parallel CB$. 1 точка
 Доказано, че $KM = LM = (AB - CD)/2$ 2 точки
 Доказано, че $\angle LKN$ е правоъгълен и $\angle NKL + \angle NLK = 90^\circ$. 1 точка
 Доказано, че $\angle DAB + \angle ABC = 90^\circ$ 1 точка
- 6)**
 $a = m + n$
 $b = m - n$
 задачата има смисъл точно когато $m > n$. 2 точки
- 3зад.** Нека при първото отливане са отели x литра спирт ($0 < x < a$). 1 точка
 Тогава чистият спирт, останал в съда, е $(a - x)$ литра.
 Съдът е допълнен с вода, т.е. отново в него е имало a литра течност.
 Тогава при второто отливане са отели $\frac{x(a-x)}{a}$ литра чист спирт 1 точка
 Съставяне на уравнението $a - x - \frac{x(a-x)}{a} = b$ 1 точка
 Освобождаване от знаменател и разкриване на скобите 1 точка
 Привеждане на уравнението в нормален вид 1 точка
 Намиране на корените на уравнението $x_{1,2} = a \pm \sqrt{ab}$ 1 точка
 Тъй като $a > b > 0$ и $x < a$, то $x = a + \sqrt{ab}$ не е решение.
 Следователно остава, че всеки път са отливали по $(a - \sqrt{ab})$ литра течност 1 точка

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.