МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Враца
ул. "Св.С.Врачански" №6, ☎/факс (092) 624643

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
28.02.2010г.

VIII клас

Зад.1 Намерете стойностите на a и b, ако графиката на функцията $f(x)=3ax+b$ пресича абсцисната ос в точка с абсциса $x=\left(\frac{1}{7+4\sqrt{3}}-\frac{1}{7-4\sqrt{3}}\right).\frac{1}{\sqrt{12}}$ и ординатната ос в точка с ордината $y=\left(\sqrt{8}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-\sqrt{3\frac{1}{3}}.\sqrt{1,2}+\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$.

(7 точки)

Зад.2 Точките M, N, P и Q са средите на страните AB, BC, CD и DA на четириъгълника ABCD. Правите AN и CM се пресичат в точка R, а правите AP и CQ се пресичат в точка S. Известно е, че четириъгълникът ARCS е успоредник. Докажете, че:

а) $\Delta MRN \cong \Delta PSQ$;

б) четириъгълникът ABCD също е успоредник.

(7 точки)

Зад.3 Дадено е квадратно уравнение $bx^2-(3b+1)x+2(b+1)=0$, където $b\neq 0$ е реален параметър:

а) За кои стойности на параметъра b уравнението има един двоен корен?

б) Да се реши уравнението при $b=\frac{4^{n+1}-2^{2n}}{2^{2n+1}}$ (n- цяло число);

в) Намерете стойността на параметъра b, за която уравнението има корен $x=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{2}$.

(7 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

math-bg.com

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Враца
ул. "Св.С.Врачански" №6, ☎/факс (092) 624643

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
28.02.2010г.

Примерни кратки решения на задачите и указания за оценяване

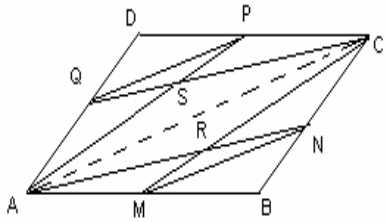
VIII клас

<u>Зад.1.</u> Намиране на $x=\left(\frac{1}{7+4\sqrt{3}}-\frac{1}{7-4\sqrt{3}}\right).\frac{1}{\sqrt{12}}=-4$ **(2 точки)** и точката $(-4;0)$- пресечна точка на графиката с абсцисната ос **(0,5 точки).**

Намиране на $y=\left(\sqrt{8}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-\sqrt{3\frac{1}{3}}.\sqrt{1,2}+\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=3$ **(2 точки)** и точката (0;3)-пресечна точка на графиката с ординатната ос **(0,5 точки)**$\Rightarrow b=3$**(1точка)**

$\Rightarrow a=\frac{1}{4}$ **(1 точка)**, т.е. $f(x)=\frac{3}{4}x+3$.

<u>Зад.2</u>



а) $MN \parallel AC$ и $MN=\frac{1}{2}AC$ (MN – средна отс. в ΔABC) **(0,5 точки)**

$QP \parallel AC$ и $QP=\frac{1}{2}AC$ (MN – средна отс. в ΔADC) **(0,5 точки)**

$\Rightarrow$ $QP \parallel MN$ и $QP=MN$ **(0,5 точки)**

$\angle RMN=\angle RCA=\angle CAS=\angle SPQ$ (кръстни ъгли) **(0,5 точки)**

$\angle RNM=\angle RAC=\angle ACS=\angle SQP$ (кръстни ъгли) **(0,5 точки)**

$\Rightarrow \Delta MRN \cong \Delta PSQ$ (II признак) **(0,5 точки)**

б) $\Delta MRN \cong \Delta PSQ \Rightarrow SP=MR$ и $QS=RN$ **(0,5 точки)**

ARCS –успоредник по условие $\Rightarrow AS=RC$ и $AS \parallel RC$**(0,5 точки)**

$\Rightarrow AP=AS+SP=CR+MR=MC$**(0,5 точки)** и $AP \parallel MC$**(0,5 точки)**

$\Rightarrow$ AMCP-успоредник **(0,5 точки)**

$\Rightarrow CP=AM$ и $CP \parallel AM$ **(0,5 точки)**$\Rightarrow DC=AB$ и $DC \parallel AB$**(0,5 точки)**

$\Rightarrow$ ABCD също е успоредник**(0,5 точки)**.

<u>Зад.3</u> а) $D=9b^2+6b+1-8b^2-8b=b^2-2b+1=(b-1)^2$ **(1 точка).**

Уравнението има един двоен корен при D=0$\Rightarrow b=1$ **(1 точка).**

б) $b=\frac{2^{2n+2}-2^{2n}}{2^{2n+1}}=\frac{2^{2n}(4-1)}{2^{2n}.2}=\frac{3}{2}$ **(1 точка)**$\Rightarrow \frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x+\frac{10}{2}=0 \Leftrightarrow 3x^2-11x+10=0$

$D=121-120=1$, $x_1=2$ или $x_2=\frac{5}{3}$ **(1 точка).**

в) $x=\sqrt{\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}+1}-\sqrt{2}=\left|1-\sqrt{2}\right|-\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)-\sqrt{2}=-1$ **(2 точки).**

Заместваме в уравнението с $x=-1$ и намираме $b=-\frac{1}{2}$ **(1 точка)**

mak-bg.com