МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

Шумен, ул. "Цар Калоян" №1, тел./факс 800-373; e-mail : rio-shumen@icon.bg

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 28.02.2010 ГОД.

ТЕМА ЗА VIII КЛАС

1 задача. Дадено е уравнението

$$(1-x)^2-(b-1)^2-b(b-x)=-2(b-x)(b+x).$$

а) Да се реши уравнението при $b=\sqrt{2}$. **2,5 точки**

б) Да се намерят стойностите на b, за които уравнението има два корена, единият от които е два пъти по-голям от другия.

4,5 точки

2 задача. Даден е трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$, като $AB=2CD$ и точка M е среда на основата AB. Диагоналът AC пресича отсечката DM в точка P, а диагоналът BD пресича отсечката CM в точка Q.

а) Да се намери дължината на отсечката PQ, ако $CD=8$ см.

3,5 точки

б) Да се докаже, че пресечната точка O на диагоналите AC и BD на трапеца е медицентър на ΔMCD. Да се намерят диагоналите на трапеца, ако $OP=2$ см и $OD=5$ см.

3,5 точки

3 задача. Дадени са функциите $f(x)=3$ и $g(x)=|x|-3$.

а) Да се построят графиките им при $-2 \le x \le 5$ и да се определят координатите на пресечните им точки с координатните оси.

4 точки

б) Да се намери лицето на фигурата, заградена от графиките на тези функции и абсцисната ос.

3 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.

Време за работа – 4 часа.

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!

mah-bg.com

8.2. а) При $b = \sqrt{2}$ уравнението добива вида

$(1-x)^2 - (\sqrt{2}-1)^2 - \sqrt{2}(\sqrt{2}-x) = -2(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)$

$1 - 2x + x^2 - 2 + 2\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}x = -2.\sqrt{2}^2 + 2x^2$

$x^2 + (2-\sqrt{2})x - 2\sqrt{2} = 0$ **(1 т.)**

Корените на това уравнение са $x_1 = -2, x_2 = \sqrt{2}$ **(1,5 т.)**

б) След упростяване уравнението приема вида

$x^2 + (2-b)x - 2b = 0$ **(1 т.)**

с дискриминанта $D = (2+b)^2$ **(0,5 т.)**

Условието е изпълнено, ако $b \neq -2$

Корените на уравнението са $x_1 = -2, x_2 = b$ **(1 т.)**

Условието $x_1 = 2x_2$ е изпълнено при $b = -4$ **(1 т.)**

Условието $x_2 = 2x_1$ е изпълнено при $b = -1$ **(1 т.)**

8.2. а) Доказване, че AMCD е успоредник и т. P е среда на AC **(1 т.)** Доказване, че MBCD е успоредник и т. Q е среда на BD **(1 т.)** PQ – средна отсечка в △DMC и извод, че PQ = 0,5 DC **(1,5 т.)** .

б) Доказване, че AMCD е успоредник т. P е среда на DM и CP е медиана в △DMC **(1 т.)** Доказване, че MBCD е успоредник и т.Q е среда на MC и DQ е медиана в △DMC **(1 т.)** Извод, че т. O е медицентър **(0,5 т.)** Намиране на AC **(0,5 т.)** Намиране на BD **(0,5 т.)**

8.3. а) Графиката на функцията $f(x) = 3$ е права, успоредна на абсцисната ос и отстои на разстояние 3 от нея. Следователно тя има една пресечна точка – само с ординатата → (0; 3). **(0,5 т.)**

Пресечната точка на графиката на $g(x) = |x| - 3$ с ординатата е с координати (0; $g(0)$) → (0; −3). **(0,5 т.)**

Тя пресича абсцисата, когато $|x| = 3$, т.е. при $x = \pm 3$. Получаваме точките (3; 0) и (−3; 0). Но по условие $-2 \leq x \leq 5$, следователно търсената точка е (3; 0) **(1 т.)**

Построяване на всяка от графиките в дадения интервал по 1 т. **(2 т.)**

б) Пресечните точки на графиката на $g(x) = |x| - 3$ с абцисната ос и с графиката на $f(x) = 3$ са съответно точките (3; 0), (−3; 0) и (6; 3) и (−6; 3). **(1 т.)**

Тъй като правата $f(x) = 3$ е успоредна на абсцисата, то получената фигура е трапец, с основи 6 и 12. **(1 т.)**

Лицето на трапеца е равно на ((6+12).3):2 = 27 **(1 т.)**

math-bg.com