ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ"

КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 17.07.2008

ТЕМА 1

Част I. Зачеркнете с ╳ буквата на единствения верен отговор на задачи 1-12.

Поправка се допуска само чрез ✸. За всеки верен отговор: 1 точка, иначе: 0 точки.

1. Точка A с абсциса $-\frac{1}{2}$, принадлежаща на графиката на функцията $f(x)=x^2+3x+\frac{3}{2}$, е разположена в:

А) I квадрант; **Б)** II квадрант; **В)** III квадрант; **Г)** IV квадрант.

2. Уравнението $x^2-2ax+2-a=0$, където a е реален параметър, има корени с различни знаци при:

А) $a<2$; **Б)** $a>0$; **В)** $a>2$; **Г)** $a\in(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

3. Дефиниционната област на функцията $f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{\lg x}$ е:

А) $(0;1]$; **Б)** $(1;+\infty)$; **В)** $[1;+\infty)$; **Г)** $(0;1)$.

4. Решенията на уравнението $|x+5|=2-3x$ са:

А) $x=-\frac{3}{4}$; **Б)** $x=\frac{7}{2}$; **В)** $x=-\frac{3}{4}$ и $x=\frac{7}{2}$; **Г)** $x\in\left(-\frac{3}{4};\frac{7}{2}\right)$.

5. Ако $\sin\alpha=\frac{1}{4}$, то стойността на израза $A=\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha\sin 2\alpha$ е:

А) $\frac{9}{64}$; **Б)** $\frac{1}{12}$; **В)** $\frac{1}{64}$; **Г)** $-\frac{1}{64}$.

6. Функцията $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+7$ е растяща в интервалите:

А) $[-2;0]$ и $[2;+\infty)$; **Б)** $(-\infty;-2]$ и $[0;2]$; **В)** $[-2;2]$; **Г)** $(-\infty;-2]$ и $[2;+\infty)$.

7. Броят на реалните корени на уравнението $(x^2-6x+5)\sqrt{x-4}=0$ е:

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3.

8. Границата на функцията $f(x)=\frac{6x^4+x^2-2}{2-3x^2}$ при $x\to-\infty$ е:

А) $+\infty$; **Б)** -1; **В)** -2; **Г)** $-\infty$.

9. Равнобедрен $\triangle ABC$ $(AC=BC)$ има лице равно на 10 и $\sin\angle ACB=\frac{4}{5}$. Височината към бедрото на триъгълника има дължина:

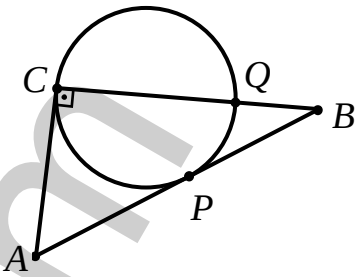
А) 1; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** 10.

math-bg.com

10. Вписаната в ромб окръжност се допира до страната му в точка, която я дели на отсечки с дължини 9 и 4. Височината на ромба има дължина:

А) 6; **Б)** 12; **В)** 13; **Г)** 36.

11. Правоъгълен $V ABC$ има хипотенуза $AB = 5$ и катет $AC = 3$. Окръжност, която се допира до AC и AB съответно в точките C и P, пресича BC в точка Q. Отсечката BQ има дължина:



А) 1; **Б)** $\sqrt{2}$; **В)** $\frac{3}{2}$; **Г)** 3.

12. Диагоналът на осното сечение на прав кръгов цилиндър има дължина 12 и образува с основата на цилиндъра ъгъл с големина α, за който $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. Обемът на цилиндъра е:

А) 512π; **Б)** 96π; **В)** $\frac{32}{3}\pi$; **Г)** 128π.

Част II. Отговорите на задачи 13-17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен отговор: 2 точки, иначе: 0 точки.

13. Частното на намаляваща геометрична прогресия, за която $a_3 = 32\sqrt{2}$ и $a_5 = \frac{16}{\sqrt{2}}$, е $\square$.

14. Решенията на неравенството $x^2 5^x - 5^{2+x} \le 0$ са $\square$.

15. Производната на функцията $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{2-3x}$ е $\square$.

16. В $V ABC$ със страни $AB = 14$ и $AC = 21$ е построена ъглополовящата AL ($L \in BC$). Права през L, която е успоредна на AC, пресича AB в точка P. Ако лицето на $V PBL$ е равно на 20, то лицето на $V ABC$ е равно на $\square$.

17. Трапец, който е описан около окръжност, има бедра с дължини 8 и 3, а ъгълът между продълженията на бедрата му е 60°. Основите на трапеца имат дължини $\square$ и $\square$.

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18-20. Максимален брой точки за всяка задача: 6.

18. Решете уравнението $\log_2\left(2^{-x} - 3\right) = 2 + x$.

19. Намерете най-голямата и най-малката стойност на функцията $f(x) = 4^{\sin x} - 3.2^{\sin x} + 1$.

20. Намерете средният по големина ъгъл в $V ABC$, за който AB е най-голямата страна, $BC = 21$, $AB : AC = 8 : 5$ и радиусът на описаната около него окръжност е $7\sqrt{3}$.

Пожелаваме Ви успешно представяне!

math-bg.com