ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ"

КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
15 юли 2007 г.

Тема 1

Задача 1. Да се реши неравенството:

$$x-1-\frac{2x+7}{x+1} \quad \le \quad \frac{x^2-4}{2+x-x^2}$$

Задача 2. Нека $f(x) = 3\sin x - 2\cos^2 x + 3$. Намерете всички стойности на реалния параметър a, за които уравнението $f(x) = a$ има решение.

Задача 3. Да се реши неравенството:

$$\log_2 \cos 2x + \log_{\frac{1}{2}} \cos^2(x+\frac{\pi}{4}) \le 1-\frac{1}{2}\log_2 3$$

Задача 4. Дадена е крайна геометрична прогресия $\div$ $a_1, a_2, \ldots, a_n$, за която:

$$\left| \begin{array}{l} a_5 - a_1 = 15 \\ a_4 - a_2 = 6 \\ S_n = 255 \end{array} \right.$$

Да се определят първият член a_1, частното q и броят на членовете n, ако прогресията е растяща. Да се пресметне сумата $U_n = \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}$, където $a_1, a_2, \ldots, a_n$ са членовете на дадената прогресия, а n е техният брой.

Задача 5. Дадена е функцията $f(x) = x^4 - \frac{3}{2}x^2 - x - \frac{3}{8}$. Да се намерят интервалите на растене и намаляване и локалните екстремуми на функцията. Да се докаже, че уравнението $f(x) = 0$ има точно един отрицателен и един положителен корен.

Задача 6. Даден е $\triangle ABC$ с ъгъл при върха C равен на 30°. Вътрешната ъглополовяща и височината от върха C са съответно $CL = \sqrt{6}$ и $CD = \sqrt{3}$. Да се намерят ъглите и страните на триъгълника, а така също радиусите на описаната и вписаната в триъгълника окръжности.

Задача 7. В ромб $ABCD$ със страна b и остър ъгъл α при върха A такъв, че $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, е вписана окръжност. Допирателна към окръжността е перпендикулярна на AD и пресича страните AB и AD на ромба съответно в точки M и N. Да се намерят дължината на отсечката MN и лицето на четириъгълника $MBDN$.

Задача 8. В правилна 4-ъгълна пирамида разстоянието между диагонал на основата и кръстосан с него околен ръб е d. През връх на основата на пирамидата е прекарана равнина, перпендикулярна на срещуположен околен ръб. Да се намерят лицето на полученото сечение и обемът на пирамидата, ако дължината на основния ръб е a.

Време за работа – 4 астрономически часа. Всяка напълно решена задача се оценява с 5 точки. Оценката на писмената работа се получава по формулата 2 + 0,1.N, където N е броят на получените точки.

Пожелаваме Ви успешно представяне!

math-bg.com