ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ "ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ"

КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
5 юни 2006 г.

Тема 1

Задача 1. Да се намерят стойностите на реалния параметър m, за които квадратното уравнение $x^2 - mx + m^2 - 6m + 9 = 0$ има различни реални корени x_1 и x_2, такива че $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 17$.

Задача 2. Да се реши неравенството

$$\sqrt{2x^2 - 7x + 3} \leq 3 - x\,.$$

Задача 3. Да се намерят най-малката и най-голямата стойност на функцията

$$f(x) = \sqrt{3}\sin x + \cos x\,.$$

Задача 4. Да се реши уравнението

$$2\log_9(x-2) - \frac{1}{2}\log_3(x-5)^2 + \log_3 2 = 0\,.$$

Задача 5. Сумата от първите три члена на една безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 21, а сумата от всички нейни членове е 24. Да се намери сумата от квадратите на всички членове на прогресията.

Задача 6. Страните на триъгълника ABC имат дължини $AB = 6$ и $AC = 3$, а ъглополовящата на $\measuredangle BAC$ има дължина $2\sqrt{3}$. Да се намерят дължината на страната BC и мерките на ъглите на триъгълника.

Задача 7. Дадена е четириъгълна пирамида $ABCDM$. Основата $ABCD$ е ромб с дължина на страната a и $\measuredangle BAD = 60^\circ$. Околният ръб DM е перпендикулярен на основата, а отсечката BM има дължина $2a$. Да се намери лицето на околната повърхнина на пирамидата.

Задача 8. Даден е трапец $ABCD$ $(AB||CD)$, в който $\measuredangle ADC = 120^\circ$, $AB = 16$, $CD = 6$ и диагонал $AC = 14$. Точките O_1 и O_2 са центрове на окръжностите, вписани съответно в $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$. Да се докаже, че трапецът $ABCD$ е равнобедрен, а триъгълникът CO_1O_2 е равностранен.

Време за работа — 4 астрономически часа. Всяка напълно решена задача се оценява с 5 точки. Оценката на писмената работа се получава по формулата $2 + 0,1.N$, където N е броят на получените точки.

Пожелаваме Ви успешно представяне!