СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
28 МАРТ 2010 г.

ТЕМА 3

Задача 1. Да се пресметне стойността на израза $\dfrac{1-\cos^4 x-\sin^4 x}{1-\cos^2 2x}$.

Задача 2. В правоъгълен триъгълник ABC с хипотенуза AB, $CH \perp AB\,(H \in AB)$ и $AH : HB = 8:1$. Да се намери периметърът на триъгълника, ако дължината на по-малкия катет е 1.

Задача 3. Да се реши неравенството $x-1 \le \dfrac{x-1}{x^2-8x+16}$.

Задача 4. Върху страните AB, BC и CA на триъгълника ABC са избрани съответно точки M, N и P, така че $PN \parallel AB$, $NM \parallel CA$ и $MP \parallel BC$. Да се намери лицето на ABC, ако лицето на MNP е $\frac{3}{4}$.

Задача 5. Да се реши неравенството $x-3-\sqrt{3x-5} \le 0$.

Задача 6. Даден е правоъгълен трапец $ABCD\,(AB \parallel CD, AB > CD)$ с прав ъгъл при върха A. Ъглополовящата на $\sphericalangle ABC$ пресича бедрото AD в средата му M. Да се намери лицето на трапеца, ако $AD = 6$ и $CD = 1$.

Задача 7. Основата на четириъгълна призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ е квадрат $ABCD$ със страна $\sqrt{2}$. Ръбът AA_1 образува с ръбовете AB и AD ъгли с големина 60°. Да се намери обемът на призмата, ако ортогоналната проекция на върха A_1 върху равнината на основата лежи на отсечката BD.

Задача 8. Да се намерят реалните числа a и b, ако е известно, че уравнението $x^2+ax+b=0$ има реални корени x_1, x_2, такива че $5x_1^2+5x_2^2 = 4a-6b-1$.

Задача 9. Даден е квадрат $ABCD$ със страна 1. Точките M, N, P и Q съответно върху страните AB, BC, CD и DA са такива, че $MP \perp NQ$. Да се намери $QA+AM+NC+CP$.

Задача 10. Нека a, b и c са реални числа, такива че множеството от решенията на системата $\left|\begin{array}{l} ax^4 < bx^2+c \\ bx^4 < cx^2+a \\ cx^4 < ax^2+b \end{array}\right.$, съдържа точно три цели числа. Да се докаже, че a, b и c са страни на триъгълник.

Време за работа 5 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерирайте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!

math-bg.com