СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"
30 ноември 2002 г.
Тема за 7 клас
(време за работа 120 минути)

След всяка задача има 5 отговора, само един от които е верен. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. За посочен верен отговор се присъжда по 1 точка. Не се разрешава ползването на калкулатори. Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Колко е $-2\frac{1}{2}$ на трета степен?

(A) $-4\frac{1}{4}$; (B) $-8\frac{1}{8}$; (C) $8\frac{1}{8}$; (D) $-15\frac{5}{8}$; (E) $15\frac{5}{8}$.

2. Стойността на израза $\frac{(-4^2)^3.(-27)^2}{(2.6^2)^3}$ е:

(A) -6; (B) -8; (C) -1; (D) 8; (E) 6.

3. Определете степента на многочлена $((x+1)^2-(x-2)(x+2))^3$.

(A) 3; (B) 6; (C) 8; (D) 2; (E) изразът не зависи от x.

4. Коефициентът пред x^2 в нормалния вид на многочлена $(3x+2)^3-(2x+1)^2$ е:

(A) 2; (B) 16; (C) 22; (D) 10; (E) 50.

5. Решението на уравнението $(-0,5+1,5-2,5+3,5-\cdots-10,5+11,5)x=-17$ е:

(A) $0,34$; (B) $-\frac{17}{11}$; (C) $-\frac{17}{6}$; (D) $-0,17$; (E) няма решение.

6. Най-малкото цяло решение на неравенството $\frac{1}{2}(x-3)-\frac{1}{3}(x-2)\leq\frac{1}{4}(x-1)$ е:

(A) -13; (B) -29; (C) -8; (D) -7; (E) -6.

7. Стойността на израза $\frac{55^2+2.55.45+45^2}{55^2-45^2}$ е:

(A) $0,1$; (B) 100; (C) 10; (D) 1; (E) $0,2$.

8. В остроъгълен триъгълник ъгълът между височините през върховете A и B е $140°$. Колко градуса е ъгълът между ъглополовящите на ъгъл A и ъгъл B?

(A) 90; (B) 100; (C) 110; (D) 120; (E) 120.

9. От квадрат със страна 8 е изрязан кръг с възможно най-голям радиус. Лицето на останалите изрезки е:

(A) $16(\pi-1)$; (B) $16(\pi+1)$; (C) $16(4-\pi)$; (D) $8(8-\pi)$; (E) $16-4\pi$.

10. За 20 лева могат да се купят 5 метра и 20 сантиметра плат. Колко плат може да се купи за 15 лева?

(A) 4 м и 10 см; (B) 3 м и 80 см; (C) 3 м и 70 см; (D) 3 м и 60 см; (E) 3 м и 90 см.

11. След колко дни човек, получаващ за ден и половина 15 лева и харчещ за 1 ден по 20 % от дневната си заплата, ще има 200 лева?

(A) 10; (B) 15; (C) 20; (D) 25; (E) 30.

12. Слон с ширина 2 м, височина 6 м и дължина 7 м изяжда 14 тон храна. Колко тона храна изяжда слон с ширина 3 м, височина 9 м и дължина 10 м?

(A) 41; (B) 42; (C) 43; (D) 44; (E) 45.

13. След като пътешественик, изминаващ 8 мили за 5 без $\frac{1}{2}$ часа, пътувал 3 без $\frac{1}{4}$ часа, след него по същия път тръгнал вестоносец, който изминава по 3 мили за час. След колко часа той ще настигне пътешественика?

(A) 3; (B) 4; (C) $3\frac{1}{4}$; (D) $3\frac{1}{2}$; (E) $3\frac{2}{3}$.

14. Децата на един крал са родени в пет последователни години. Сборът от годините на двете принцеси е равен на сборът от годините на тримата принцове. Разликата между годините на най-малката принцеса и най-големия принц е:

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) не може да се определи.

15. Ако решавам по 3 задачи на ден ще си напиша домашното в неделя. Ако решавам по 5 задачи на ден ще го напиша в петък. Кой ден сме днес?

(A) вторник; (B) сряда; (C) четвъртък; (D) понеделник; (E) събота.

16. Десет мъже пренасят товар на разстояние 3 км за общо 120 лв. След първия километър

math-bg.com

двама си тръгнали, а след втория километър се отказали още трима. По колко трябва да се плати на всеки от останалите петима?

(A) 12; (B) 17; (C) 18; (D) 20; (E) 24.

17. Всяка от четири тръби напълва басейн съответно за $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$ част от деня. За каква част от деня четирите тръби заедно ще напълнят басейна?

(A) $\frac{1}{17}$; (B) $\frac{1}{10}$; (C) $\frac{2}{33}$; (D) $\frac{1}{19}$; (E) $\frac{2}{27}$.

18. Последната цифра на числото 3^{2002} е:

(A) 1; (B) 9; (C) 7; (D) 3; (E) 5.

19. За триъгълник ABC е известно, че $\sphericalangle A$ е с 10 % по-голям от $\sphericalangle B$, а $\sphericalangle C$ е с 10 % по-малък от $\sphericalangle B$. Големината на $\sphericalangle A$ в градуси е:

(A) 60; (B) 70; (C) 66; (D) 75; (E) 90.

20. Точките A, B и C лежат на една права, като B е между A и C. Ако $AC = 24$ сантиметра и $AB : BC = 1 : 2$, то разстоянието между средите на AB и AC в сантиметри е:

(A) 8; (B) 12; (C) 16; (D) 2; (E) 15.

21. Ако сборът на k последователни естествени числа е просто число, то:

(A) $k = 3$; (B) $k = 4$; (C) $k = 2$; (D) $k \geq 3$; (E) $k \geq 4$.

22. Баба дала на всяко от своите внучета по равен брой плодове - круши и ябълки. Петър получил $\frac{1}{8}$ от крушите и $\frac{1}{10}$ от ябълките. Колко са внуците?

(A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11.

23. Иван изминава 8 километра на ден, а Петър по 2 километра на ден. Двамата тръгнали заедно от A към B, разстоянието между които е 100 километра. След като стигнал до B, Иван тръгнал обратно. На колко километра от B той ще срещне Петър?

(A) 40; (B) 60; (C) 20; (D) 80; (E) 10.

24. Ако Пинокио зарови своята жълтица в Страната на глупците, му обещават че броят на неговите жълтици ще се увеличава с повече от 30 % на ден. Ако те не лъжат, колко жълтици най-малко ще изкопае Пинокио след една седмица?

(A) 3; (B) 7; (C) 11; (D) 15; (E) 17.

25. Всеки от три поредни месеца има по 4 недели. Кой от месеците на годината със сигурност е между тези три?

(A) януари; (B) февруари; (C) март; (D) април; (E) ноември.

26. "Въпреки, че имам 10 цента повече от теб, ще плащаме поравно тази сметка" заявил Том Сойер на Хъкълбери Фин, "и така ти ще останеш с $\frac{2}{7}$ от парите си, а аз - с $\frac{1}{3}$ от моите." Колко цента е сметката?

(A) 40; (B) 50; (C) 60; (D) 80; (E) 100.

27. Мравки непрекъснато пренасят житни зърна от една купчина до мравуняка при строг ред: на всеки 3 минути тръгва една мравка със зърно, за 35 минути го отнася, оставя го и се връща при купчината за 25 минути. Мравчо Главчо се включва в работата с час закъснение. Колко мравки ще срещне той по пътя си към мравуняка и обратно?

(A) 19; (B) 20; (C) 21; (D) 38; (E) 40.

28. Колко върха има многоъгълник, ако сборът от вътрешните му ъгли е 1260 градуса?

(A) 6; (B) 7; (C) 8; (D) 9; (E) 10.

29. Крал и свитата му се движат от крепост A към крепост B със скорост 5 км/час. Кралят през час изпраща вестоносци към крепостта B, които се движат с 20 км/час. През колко минути пристигат вестоносците в B?

(A) 30; (B) 40; (C) 45; (D) 48; (E) 60.

30. Хитър Петър и Настрадин Ходжа делят торба с жълтици. Настрадин Ходжа пожелал да вземе 10 жълтици и третината от останалите, а Хитър Петър държал да получи половината и още две жълтици. След подялбата останала една жълтица. Колко жълтици имало в торбата?

(A) 28; (B) 58; (C) 88; (D) 64; (E) 46.

math-bg.com

Математически турнир "Иван Салабашев"
30 ноември 2002 г.
Решения на задачите от темата за 7 клас

1. Отговор: (D). $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8} = -15\frac{5}{8}$.

2. Отговор: (D). $\frac{(-4^2)^3.(-27)^2}{(2.6^2)^3} = \frac{-2^{12}.3^6}{2^9.3^6} = -2^3 = -8$.

3. Отговор: (A). Многочленът $((x+1)^2 - (x-2)(x+2))^3 = (2x+5)^3$ е от трета степен.

4. Отговор: (E). Коефициентът пред x^2 е $3.3^2.2 - 2^2 = 50$.

5. Отговор: (C). Сборът е $(-0,5+1,5) + (-2,5+3,5) + \cdots + (-10,5+11,5) = 6$ и уравнението $6x = -17$ има решение $x = -\frac{17}{6}$.

6. Отговор: (D). След привеждане към общ знаменател, получаваме неравенството $6(x-3) - 4(x-2) \leq 3(x-1) \iff -x \leq 7 \iff x \geq -7$, чието най-малко цяло решение е -7.

7. Отговор: (C). Използваме формулите за съкратено умножение и съкращаваме:
$\frac{55^2 + 2.55.45 + 45^2}{55^2 - 45^2} = \frac{(55+45)^2}{(55+45)(55-45)} = 10$.

8. Отговор: (C). Ъгълът между височините през върховете A и B е равен на $\sphericalangle C$ или $180° - \sphericalangle C$. Тъй като триъгълникът е остроъгълен, $\sphericalangle C = 40°$. Тогава ъгълът между ъглополовящите на $\sphericalangle A$ и $\sphericalangle B$ е равен на $90° + \frac{\sphericalangle C}{2} = 110°$.

9. Отговор: (C). Радиусът на кръга е 4, лицето му е $\pi 4^2$ и изрезките са $64 - 16\pi = 16(4-\pi)$.

10. Отговор: (E). От $\frac{20}{15} = \frac{520}{x}$ получаваме $x = \frac{520.15}{20} = 390$ сантиметра.

11. Отговор: (D). Дневната заплата е 10 лева и следовтелно му остават 8 лева на ден. След $\frac{200}{8} = 25$ дни ще има 200 лева.

12. Отговор: (E). На единица обем слона изяжда $\frac{14}{2.6.7} = \frac{1}{6}$ тона. Следователно слон с ширина 3 м, височина 9 м и дължина 10 м изяжда $\frac{1}{6}.3.9.10 = 45$ тона.

13. Отговор: (B). За един час пътешественикът изминава $8 : 4\frac{1}{2} = \frac{16}{9}$ мили. За 2 и $\frac{3}{4}$ часа той се е отдалечил на $\frac{16}{9}.\frac{11}{4} = \frac{44}{9}$ мили. За час вестоносецът скъсява дистанцията между двамата с $3 - \frac{16}{9} = \frac{11}{9}$ мили. Така той ще настигне пътешественика след $\frac{44}{9} : \frac{11}{9} = 4$ часа.

14. Отговор: (A). Възможностите две от пет последователни числа $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ да имат сбор, равен на сбора на останалите три, са: $(a+2) + (a+4) = a + (a+1) + (a+3)$ и $(a+3) + (a+4) = a + (a+1) + (a+2)$. В първия случай $a = 2$ и принцовете са съответно на $2, 3, 5$ години, а принцесите - на 4 и 6. Във втория случай $a = 4$ и търсените възрасти са $4, 5, 6$ за принцовете и 7 и 8 за принцесите. И в двата случая разликата между годините на най-малката принцеса и най-големия принц е 1.

15. Отговор: (B). Нека за написването на домашното са необходими x дни при решаване на 3 задачи на ден. Същият брой задачи ще бъдат решени за $x - 2$ дни по 5 задачи на ден. От уравнението $3x = 5(x-2)$ намираме $x = 5$, което означава, че решаването започва в сряда.

16. Отговор: (B). За пренасяне на товара на един километър се плащат 40 лв. Всеки от десетимата мъже ще получи от пренасянето на първия километър по $40 : 10 = 4$ лв. Всеки от осемте мъже ще получи от пренасянето на втория километър по $40 : 8 = 5$ лв. Всеки от петимата, донесли товара до края, ще получи от пренасянето на третия километър по $40 : 5 = 8$ лв; общо $4 + 5 + 8 = 17$ лв.

math-bg.com

17. Отговор: (A). За един ден четирите тръби ще нъпълнят $2+4+5+6=17$ басейна. Следователно един басейн ще се напълни за $\frac{1}{17}$ от деня.

18. Отговор: (B). Последната цифра на $3^{2002}=9^{1001}=9.81^{5}00$ е 9.

19. Отговор: (C). От $\sphericalangle A=110\ \%\ \sphericalangle B$ и $\sphericalangle C=90\ \%\ \sphericalangle B$ намираме $1,1\sphericalangle B+\sphericalangle B+0,9\sphericalangle B=180^\circ$ и така $\sphericalangle B=60^\circ$. Тогава $\sphericalangle A=1,1.60=66^\circ$.

20. Отговор: (A). Тъй като $AB=8$ и $BC=16$, средата на AB се намира на 4 см от A, а средата AC - на 12 см от A. Разстоянието между тези среди е 12-4 =8 см.

21. Отговор: (C). Имаме $a+1+a+2+\cdots+a+k=\frac{k(2a+k+1)}{2}$ и при $k\geq 3$ горното число е винаги съставно. При $k=2$ имаме $5+6=11$, което е просто.

22. Отговор: (C). Ако с a, b и x означим съответно броят на крушите, ябълките и внуците, от условието следва $\frac{1}{8}a+\frac{1}{10}b=\frac{1}{x}(a+b)$. Това равенство е еквивалентно на $4+\frac{a}{a+b}=\frac{40}{x}$. Оттук $4<\frac{40}{x}<5$, откъдето $8<x<9$, т.е. $x=9$.

23. Отговор: (B). До срещата си двамата общо ще изминат два пъти разстоянието от A до B, т.е. 200 км. Тогава срещата е след $200:(2+8)=20$ часа и тя ще се състои на $100-20.2=60$ км от B.

24. Отговор: (D). За първия ден би трябвало да има поне $1,3$, т.е. 2 жълтици. За втория най-малко $1,3\times 2=2,6$, т.е. 3 жълтици. По същия начин, след третия ден има поне 4; след четвъртия поне 6; след петия поне 8; след шестия поне 11, след седмия поне 15.

25. Отговор: (B). Ако между месеците не се среща февруари, дните на трите поредни месеца са общо поне 91. Но 91:7=13 и следователно неделите са 13.

26. Отговор: (E). Том и Хък плащат поравно, т.е. $\frac{2}{3}$ от парите на Том са колкото $\frac{5}{7}$ от парите на Хък. Следователно парите им се отнасят както 15:14 и понеже Том е с 10 цента по-богат, намираме че Том има 150 цента, а Хък 140 цента и оттук сметката е 100 цента.

27. Отговор: (D). Мравчо Главчо среща мравките, тръгнали 1 час преди него и тези, които тръгват 1 час след него (без крайните). За 2 часа тръгват 120:3=40 мравки, 40-2=38.

28. Отговор: (D). Сборът от вътрешните ъгли на n-ъгълник е равен на $(n-2)180^\circ$.

29. Отговор: (C). За един час вестоносец се отдалечава на 20-5=15 км от свитата и следователно дистанцията между двама поредни вестоносци е 15 км. Тогава те пристигат през $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ часа, т.е. 45 минути.

30. Отговор: (B). Ако жълтиците са общо x, Настрадин Ходжа е взел $10+\frac{1}{3}(x-10)$, а Хитър Петър е взел $\frac{1}{2}x+2$. От уравнението $10+\frac{1}{3}(x-10)+\frac{1}{2}x+2+1=x$ намираме $x=58$.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.

math-bg.com