МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО - ПАЗАРДЖИК

4400 гр. Пазарджик, ул. "П. Яворов" № 1, тел/факс 034 446 270, e-mail: riopz@pasat.bg, http://riopz.com/

IX клас

Зад.1 Да се опростят изразите:

а) $A=\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^3-5x^2+7x-3}.|x-3|$; **3 точки**

б) $B=\dfrac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-1}-1}$. **4 точки**

Зад.2 Да се реши уравнението $\dfrac{3(x-2)+4\sqrt{2x^2-3x+1}}{2(x^2-1)}=1$.

7 точки

Зад.3 Диаметърът AD на описаната около ΔABC окръжност пресича страната BC в точката P. Точките M и N са ортогоналните проекции на P съответно върху страните AB и AC. Да се докаже, че $MBCN$ е трапец.

7 точки

Зад.1 **а)** $A=\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^3-5x^2+7x-3}.|x-3|$. Разлагаме числителя на произведение от множители:

$x^4-x^3-x+1=x^3(x-1)-(x-1)=(x-1)(x^3-1)=(x-1)^2(x^2+x+1)$ **(1 точка).**

За разлагането на знаменателя:

$x^3-5x^2+7x-3=x^3-5x^2+5x+2x-3=x^3-5x(x-1)+2x-2-1=(x^3-1)-5x(x-1)+2(x-1)=$

$(x-1)(x^2+x+1-5x+2))=(x-1)(x^2-4x+3)=(x-1)^2(x-3)$ **(1 точка)**

$\Rightarrow\ A=\dfrac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{(x-1)^2(x-3)}.|x-3|=\dfrac{(x^2+x+1)|x-3|}{x-3}\Rightarrow$

за $x\in(-\infty;1)\cup(1;3)\Rightarrow A=\dfrac{(x^2+x+1)(3-x)}{x-3}=-x^2-x-1$ **(0,5 точки)**,

а за $x\in(3;+\infty)\ \Rightarrow A=\dfrac{(x^2+x+1)(x-3)}{x-3}=x^2+x+1$ **(0,5 точки)**.

б) $B=\dfrac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-1}-1}=\dfrac{\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}}{\sqrt{x-1}-1}=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}}{\sqrt{x-1}-1}=\dfrac{\left|\sqrt{x-1}-1\right|}{\sqrt{x-1}-1}$ **(2 точки)**

Определяне дефиниционното множество на израза $D: x\ge 1, x\ne 2$ **(1 точка)**

За $x\in[1;2)\Rightarrow B=-1$ **(0,5 точка)** и за $x\in(2;+\infty)\Rightarrow B=1$ **(0,5 точка)**

Зад.2 $\dfrac{3(x-2)+4\sqrt{2x^2-3x+1}}{2(x^2-1)}=1$ ДО: $x\in(-\infty;-1)\cup\left(-1;\dfrac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$ **(1 точка)**

$3x-6+4\sqrt{2x^2-3x+1}=2x^2-2\Leftrightarrow 4\sqrt{2x^2-3x+1}=2x^2-3x+1+3$ **(2 точки)**

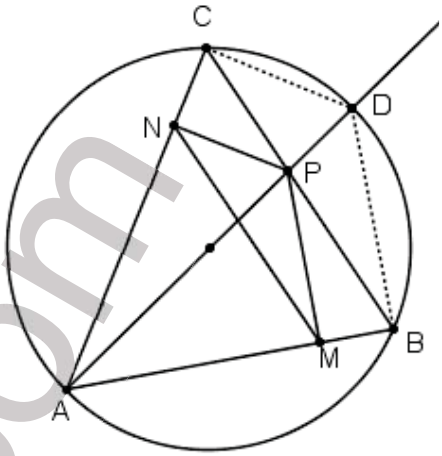
пол. $\sqrt{2x^2-3x+1}=u$ **(0,5 точка)** $u^2-4u+3=0\Rightarrow u_1=1,\quad u_2=3$ **(0,5 точка)**

$\sqrt{2x^2-3x+1}=1\quad /^2\Rightarrow$ Извод за $x_1=0;\ x_2=1,5.$ **(1, 5 точки)**

$\sqrt{2x^2-3x+1}=3\quad /^2\Rightarrow$ Извод за $x_{3,4}=\dfrac{3\pm\sqrt{73}}{4}$ **(1,5 точки)** , защото 4-те числа са и от ДО.

math-bg.com

4400 гр. Пазарджик, ул. "П. Яворов" № 1, тел/факс 034 446 270, e-mail: riopz@pasat.bg, http://riopz.com/



<u>3 зад.</u> Тъй кат AD е диаметър на описаната около ΔABC окръжност $\Rightarrow \measuredangle ABD=\measuredangle ACD=90^o$ **(2 точки)**. От свойството на вписаните ъгли имаме, че $\measuredangle CDA=\measuredangle CBA$ **(1 точка)**.

$DC\perp AC$ и $PN \perp AC \Rightarrow DC//PN \Rightarrow \measuredangle CDP=\measuredangle NPA$ (като съответни ъгли) $\Rightarrow \measuredangle CBA=\measuredangle NPA$ **(1 точка).**

Но от $\measuredangle AMP=\measuredangle ANP=90^o \Rightarrow$ че около четириъгълник $AMPN$ може да се опише окръжност с диаметър AP и тогава $\measuredangle NPA=\measuredangle NMA$ **(1точка)**.

Следователно $\measuredangle CBA=\measuredangle NPA=\measuredangle NMA$. И така получаваме, че $\measuredangle CBA=\measuredangle NMA$, но това са съответни ъгли, получени при (BC и MN)$\cap AB \Rightarrow BC//MN$ **(1 точка)** и тъй като точките M и N лежат на страните на $\Delta ABC \Rightarrow BM \nparallel NC \Rightarrow$ четириъгълникът $MBCN$ е трапец **(1 точка).**

math-bg.com