МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ПЛОВДИВ

4000 Пловдив, ул."Цариброд" № 1, тел.: 032/631-843, 032/628-980, факс: 032/631-847,www.rio-plovdiv.com, e-mail: info@rio-plovdiv.com

Общински кръг на олимпиадата по математика - 28.02.2010.

11 клас

Задача 1

Да се пресметне стойността на израза $\dfrac{\cos^3\alpha - 2\sin^3\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$, ако α е този ъгъл, чийто тангенс е равен на най-малкия корен на уравнението $\log_{(x-1)^4}(2x+1)^4 - \log_{(2x+1)^{10}}(x-1)^{10} = 0$.

Задача 2

За трапеца ABCD знаем, че AB$\|$CD и $\angle BAD = \angle ADC = 90°$. Прекарана е права MN$\|$AB ($M \in [AD]; N \in [BC]$) и в получените трапеци ABNM и MNCD могат да се впишат окръжности.

а) Да се намери лицето на трапеца ABCD, ако AD = a см. и BC = b см.

б) Да се намерят основите AB и CD, ако радиусите на вписаните в четириъгълниците ABNM и MNCD окръжности са R см. и r см.

Задача 3

а) Да се реши уравнението $2^x = -3x - \dfrac{71}{8}$

б) Нека α, β и γ са ъгли в триъгълник, които образуват аритметична прогресия. Да се докаже, че ако $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma$, то триъгълникът не съществува.

Време за работа - 4 часа.

Желаем Ви успех!

math-bg.com

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ – 11 клас

Задача 1

За полагането $\log_{(x-1)^2}(2x+1)^2 = y$ и получаване на уравнението $y - \frac{1}{y} = 0$ с корени $y_1 = -1$ и $y_2 = 1 \to$ 2 точки

Решаване на всяко от уравненията $\log_{(x-1)^2}(2x+1)^2 = -1$ и $\log_{(x-1)^2}(2x+1)^2 = 1$ и намиране корените на първото уравнение $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$ и на второто уравнение $x = 0$ и $x = -2 \Rightarrow tg\alpha = -2$ $\to$ 3 точки

Пресмятане стойността на израза : $-\frac{17}{5}$ $\to$ 2 точки

Задача 2

Намираме $2R + 2r = AD = a$, $R + r = \frac{a}{2}$, $MN = R + r = \frac{a}{2} \to$ 1 точка

$AB + CD = b \to$ 2 точки

а) $S = \frac{ab}{2} \to$ 1 точка

б) $AB = \frac{R(R+r)}{r}$, $DC = \frac{r(R+r)}{R} \to$ 3 точки

Задача 3

а) Установяване, че функцията $f(x) = 2^x$ е растяща, а $g(x) = -3x - \frac{71}{8}$ е намаляваща $\Rightarrow$ уравнението има само едно решение $\to$ 1 точка

Установяване, че $f(-3) = \frac{1}{8} = g(-3) \Rightarrow x = -3$ е единствено решение $\to$ 1 точка

б) От това, че α, β, γ образуват аритметична прогресия $\Rightarrow \beta = 60° \to$ 1 точка

Ако d е разликата на прогресията, то $\alpha = 60° - d, \gamma = 60° + d \Rightarrow$ от зададената зависимост $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma$

$\Rightarrow (1 + 2\cos d)(\sin 60° - \cos 60°) = 0 \Rightarrow \cos d = -\frac{1}{2} \Rightarrow d = 120° \Rightarrow$ триъгълникът не съществува $\to$ 4 точки.

math-bg.com