

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПРИМЕРЕН ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА

2010 г

ПЪРВА ЧАСТ

За всяка от следващите 20 задачи само един от предложените пет отговора е верен. За всеки верен отговор получавате по 1 точка. В останалите случаи не се дава и не се отнема точка.

1. Стойността на израза $5^{-2} \cdot (0,01)^{-1,5}$ е:
а) 40; б) 45; в) 50; г) 55; д) 60.
2. Стойността на израза $\lg(3\sqrt{8}) - \lg\sqrt{2} - \lg 60$ е:
а) 2; б) 1; в) -2; г) -1; д) -3.
3. Решенията на уравнението $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ са:
а) $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$; б) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$; в) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; г) $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$; д) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$.
4. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $(4m+5)x^2 - 2(2m+1)x + 1 = 0$, където $m \neq -\frac{5}{4}$ е реален параметър, то равенството $\lg\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = 1$ е изпълнено за:
а) $m = 3$; б) $m = -1$; в) $m = 2$; г) $m = 0$; д) $m = 1$
5. Корените на уравнението $\sqrt{x^2 - x + 1} + 2x = 3$ са:
а) 1 и $\frac{8}{3}$; б) $\frac{8}{3}$; в) 1; г) 0; д) -1 и 2.
6. За аритметична прогресия с общ член a_n е известно, че $a_2 + a_5 = 6$, $a_3 + a_6 = 10$. Първият член на прогресията е равен на:
а) -3; б) -2; в) 0; г) 2; д) 3.
7. В мебелен магазин предлагат 3 различни модела офисни бюра и 4 различни модела офисни столове. Броят на различните комплекти бюро и стол, които могат да се образуват, са:
а) 12; б) 3; в) 4; г) 24; д) 6.
8. Стойността на производната на функцията $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ при $x = 1$ е равна на:
а) $\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; д) 1.

9. Най-малкото цяло положително число, което е решение на неравенството

$$\frac{|x-2|-1}{x^2+1} \leq 0$$

е:

- а) -1; б) 0; в) 1; г) 2; д) 3.

10. За всеки ъгъл α равенството $\sin^k \alpha + \cos^k \alpha = 1$ е изпълнено при k равно на:

- а) 1; б) 2; в) 0; г) $\frac{1}{2}$; д) всяко x .

11. Растващата функция в отворения интервал $(0, 1)$ е:

- а) $f(x) = (0,25)^x$; б) $f(x) = \lg x$; в) $f(x) = x^2 - 4x + 3$;
г) $f(x) = -x^2 - 4x - 3$; д) $f(x) = \cos x$.

12. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = x^2 - x - 2$ в затворения интервал $[1, 3]$ е:

- а) 4; б) 8; в) 9; г) 10; д) 11.

13. Стойността на израза $\frac{\operatorname{tg} 3^\circ + \operatorname{tg} 12^\circ}{1 - \operatorname{tg} 3^\circ \operatorname{tg} 12^\circ}$ е:

- а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $2 + \sqrt{3}$; в) $2 - \sqrt{3}$; г) $\sqrt{3}$; д) $\sqrt{3} - 1$.

14. Стойността на израза $3\sin^2 3\alpha + 2\cos(90^\circ - \alpha) + 3\cos^2 3\alpha$ при $\alpha = 30^\circ$ е:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5.

15. Медианата на извадката 15, 11, 16, 9, 7, 5, 1, 6, 9, 3 е:

- а) 7; б) 8; в) 9; г) 10; д) 10,5.

16. В правоъгълен триъгълник разликата между острите ъгли е 30° . Ако височината към хипотенузата е $\sqrt{3} \text{ cm}$, то медианата към хипотенузата е:

- а) 2 cm; б) $\frac{1}{2} \text{ cm}$; в) 1 cm; г) $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$; д) 3 cm.

17. Дълчините на страните на триъгълник са 14 cm, 21 cm и 30 cm.

Ъглополовящата на най-големия ъгъл в този триъгълник има дължина:

- а) 8; б) $\sqrt{67}$; в) $\sqrt{78}$; г) $3\sqrt{19}$; д) 57.

18. Лицето на равнобедрен триъгълник с височина към основата 20 cm и височина към бедрото 24 cm е равно на:

- а) 320 cm^2 ; б) 300 cm^2 ; в) 250 cm^2 ; г) 240 cm^2 ; д) 200 cm^2 .

19. Лицето на триъгълника, чиито върхове са пресечните точки на графиката на функцията $y = x^2 - 9$ с координатните оси, е равно на:

- а) 9; б) 16; в) 27; г) 20; д) 25.

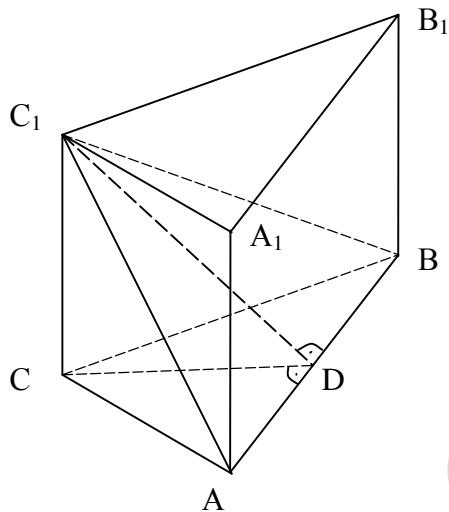
20. В правилна триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$ с основи ABC и $A_1B_1C_1$, основният ръб е с дължина 1 cm , а височината ѝ е $\frac{1}{2} \text{ cm}$. Разстоянието от върха A_1 до страната BC е:
- а) $\frac{5}{2} \text{ cm}$; б) $\frac{1}{2} \text{ cm}$; в) 1 cm ; г) $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$; д) $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. За всеки получен и обоснован верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши уравнението $\frac{1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x}} + \sqrt{1+x} + \sqrt{x} = 4$.
22. Да се реши уравнението $2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 2\sqrt{2}$.
23. Изчислете $\cos \frac{\alpha+\beta}{2}$, ако $\cos\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)=\frac{1}{9}$, $\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right)=\frac{2}{3}$, $0 < \alpha - \frac{\beta}{2} < \frac{\pi}{2}$ и $0 < \frac{\alpha}{2} - \beta < \frac{\pi}{2}$.
24. В правоъгълен $\triangle ABC$ с хипотенуза AB синусът на $\angle ABC$ е равен на $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Да се намери косинусът на $\frac{1}{2}(\angle BAC)$.
25. В трапецът ъглите при голямата основа са 120° и 30° , а разликата на дълчините на двете основи е 2 cm . Намерете дълчината на отсечката, свързваща средите на основите.
26. От кутия със 7 черни и 8 бели топки се изваждат по случаен начин 2 топки. Намерете вероятността и двете топки да са с еднакъв цвят.
27. Да се намери най-малкото цяло число за реалния параметър a , за което функцията $f(x)=-\frac{1}{5}x^5-x^4-ax^3+100$ е строго намаляваща за всяко $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.
28. В триъгълна пирамида всички ръбове имат дължина 1. Намерете радиуса на вписаната в пирамидата сфера.
29. Дадена е правилна триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$. През основния ръб AB и върха C_1 е построена равнина, която сключва с основата ABC ъгъл, чийто

косинус е равен на $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Лицето на сечението на призмата с тази равнина е равно на S . Да се намери обемът призмата.



30. Да се намери градусната мярка на остряя $\angle ABC$ в правоъгълен $\triangle ABC$, за която отношението на радиуса на вписаната окръжност към радиуса на описаната окръжност е най-голямо.

ОТГОВОРИ

1 а	2 г	3 в	4 в	5 в	6 б	7 а	8 в	9 в	10 б
11 б	12 а	13 в	14 г	15 б	16 а	17 в	18 б	19 в	20 в

21. $x = \frac{9}{16}$

22. $x = \frac{5}{2}$

23. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

24. $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

25. $\sqrt{7} \text{ cm}$

26. $\frac{7}{15}$

27. $a = 2$

28. $\frac{\sqrt{6}}{12}$

29. $\frac{\sqrt{6}}{3} S \sqrt{S}$

30. 45°