

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**Учебен предмет – математика септември 2009 г.**

**ВАРИАНТ № 2**

Ключ с верните отговори

Въпроси с избран отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки	Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1.	Б	2	26.	$x = 5$	15
2.	А	2	27.	$P = \frac{7}{10} = 0,7$	15
3.	Г	2	28.	$AB = 7 \text{ cm}$	15
4.	А	2			
5.	Б	2			
6.	В	2			
7.	В	2			
8.	Б	2			
9.	Г	2			
10.	Б	2			
11.	Г	2			
12.	В	2			
13.	Г	2			
14.	А	2			
15.	Б	2			
16.	Б	2			
17.	Б	2			
18.	В	2			
19.	А	2			
20.	Б	2			
21.	1	3			
22.	140	3			
23.	4	3			
24.	540	3			
25.	0	3			

## ВЪПРОСИ С РЕШЕНИЯ

### КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 26

#### Първо решение:

1. Определяне множеството от допустими стойности:  $\frac{x+3}{x-3} > 0$   
т.е.  $x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$  (2 т.)
2. Полагане  $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} = y$  (2 т.)
3. Допустими стойности за  $y$ :  $y > 0$  (1 т.)
4. Получаване на уравнението  $y - 6 \cdot \frac{1}{y} + 1 = 0$  (1 т.)
5. Намиране на корените  $y_1 = -3, y_2 = 2$  (2 т.)
6. Отбелязване, че  $y_1 = -3$  не е решение (2 т.)
7. Решаване на уравнението  $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} = 2$  и получаване на  $x = 5$  (3 т.)
8. Записване на отговора  $x = 5$  (2 т.)

**\*Забележка:** Ако вместо етап 1. и 6. е направена директна проверка с  $y_1$  и  $y_2$  и е установено, че  $y_1 = -3$  не е решение, а  $y_2 = 2$  е решение на даденото уравнение (4 т.)

#### Второ решение:

1. Записване на уравнението така:  $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} - 6\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = -1$  и определяне множеството от допустими стойности:  $\frac{x+3}{x-3} > 0$ , т.е.  $x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$  (2 т.)
2. Повдигане двете страни на уравнението на втора степен и получаване  $\frac{x+3}{x-3} - 12\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} + 36\frac{x-3}{x+3} = 1$  (3 т.)
3. Еквивалентни преобразувания до:  $\frac{(x+3)^2 + 36(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} - 12 = 1$  (2 т.)
4.  $\frac{(x+3)^2 + 36(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} = 13 \Leftrightarrow (x+3)^2 + 36(x-3)^2 = 13x^2 - 117$  (2 т.)
5.  $24x^2 - 210x + 450 = 0$  (2 т.)

6. Намиране корените на последното уравнение  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = \frac{15}{4}$  (2 т.)

7. Проверка за принадлежност на корените към дефиниционното множество и отхвърляне на  $x_2 = \frac{15}{4}$  като корен на даденото уравнение чрез пряка проверка (2 т.)

\* **Забележка:** Ако вместо етап 1. и 7. е направена директна проверка за числата  $x_1 = 5$  и  $x_2 = \frac{15}{4}$  дали са корени на даденото уравнение (4 т.)

### КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 27

1. Като се приложи теоремата за неравенство на триъгълника, а именно, че триъгълникът съществува, ако сборът на двете най-малки страни е по-голям от третата, то преброяваме възможните триъгълници. Те са със страни съответно:

$2\text{ cm}$ ,  $3\text{ cm}$  и  $4\text{ cm}$ ;  $2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$ ;  $2\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  и  $6\text{ cm}$ ;  
 $3\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$ ;  $3\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  и  $6\text{ cm}$ ;  $3\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  и  $6\text{ cm}$ ;  
 $4\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  и  $6\text{ cm}$ , т.е. броят на благоприятните изходи е 7. (7 т.)

2. Три от 5 отсечки можем да изберем по  $C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$  начина. (5 т.)

3. Търсената вероятност е  $P = \frac{7}{10}$  (3 т.)

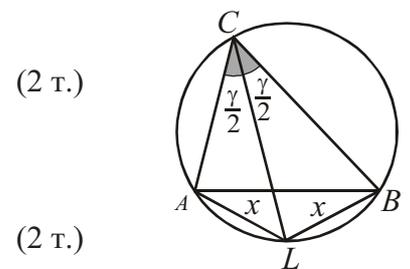
### КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 28

**Първо решение:**

1. Нека  $CL \cap AB = P$  и  $CP = t$ , а  $PL = 8 - t$  (2 т.)

2. От свойството на ъглополовящата  $CP$  в  $\triangle ABC$  следва, че

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}, \text{ следователно } AP = 4k \text{ и } PB = 3k$$



(2 т.)

3. От формулата за ъглополовяща следва, че  $CP^2 = AC \cdot BC - AP \cdot PB$

т.е. следва, че  $t^2 = 48 - 12k^2$  (1) (4 т.)

4. От  $\triangle APC \sim \triangle LPB$  следва, че  $\frac{AP}{LP} = \frac{PC}{PB}$ , т.е.  $\frac{4k}{8-t} = \frac{t}{3k}$ .

Следователно  $12k^2 = 8t - t^2$  (2) (4 т.)

5. Заместваме  $12k^2$  от (2) в (1) и получаваме

$t^2 = 48 - 8t + t^2$ , т.е.  $t = 6$ . Тогава  $k = 1$  и  $AB = 7\text{ cm}$  (3 т.)

**Второ решение:**

1. Съобразяване че от  $\sphericalangle ACL = \sphericalangle BCL \Rightarrow \widehat{AL} = \widehat{BL} \Rightarrow AL = BL = x$  (3 т.)

2. Два пъти прилагане на косинусова теорема съответно за  $\triangle ACL$  и  $\triangle BCL$

$$x^2 = AC^2 + CL^2 - 2 \cdot AC \cdot CL \cos \frac{\gamma}{2} \text{ и } x^2 = BC^2 + CL^2 - 2 \cdot BC \cdot CL \cos \frac{\gamma}{2} \text{ или}$$

$$x^2 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \frac{\gamma}{2} \text{ и } x^2 = 64 + 64 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos \frac{\gamma}{2} \text{ (2.2 т.)} \quad (4 \text{ т.})$$

3. Почленно изваждане на първото от второто уравнение и намиране

$$\text{на } 32 \cos \frac{\gamma}{2} = 28 \text{ и } \cos \frac{\gamma}{2} = \frac{7}{8} \quad (3 \text{ т.})$$

4. Намиране на  $\cos \gamma = 2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} - 1 = 2 \cdot \frac{49}{64} - 1 = \frac{17}{32}$  (2 т.)

5. Прилагане на косинусовата теорема за  $\triangle ABC$ :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cos \gamma, \quad AB^2 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{17}{32} \text{ и}$$

$$\text{намиране на } AB = 7 \text{ см} \quad (3 \text{ т.})$$